1 Записываете лекцию вместе с разобранными задачами. Выполняете практическую работу 43.
Контрольную работу 4. (в задании 2 рисуем картинки, чтобы видеть площадь какой фигуры и на каком участке находим)
Фотографии присылаем на электронную почту.

Тема урока : **Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задача Коши.**

Тип урока: изучение нового материала.

2. Работа по карточкам у доски:

а) $\int \frac{2x+1}{x}dx$; (ответ: I=2x+lnx+C); б) $\int \frac{dx}{x+2}$; (I=ln(x+2)+C);

в) $\int \ln x dx$ ($I = x\ln x + C$).

На слайдах показать графики решений данных неопределенных интегралов.

4.Объяснение нового материала:

Определение 1: Дифференциальным уравнением называют уравнение , связывающее независимые переменные, их функцию и производные (или дифференциалы) этой функции.

$$F(x, y, y', y'', y'''...) = 0$$

Определение 2: Если независимая переменная одна , то уравнение называется обыкновенным; если же независимых переменных две или больше , то уравнение называется в частных производных.

Определение 3 : Наивысший порядок производной , входящей в уравнение , называют порядком дифференциального уравнения.

Примеры:

$xy'+y=0$- обыкновенное диф.уравнение первого прядка.

$\frac{d^2y}{d^2x} - 4xy\frac{dy}{dx} = x^2$- обыкновенное диф. уравнение 2-го порядка.

$y'''-2y=x$- обыкновенное диф. уравнение третьего порядка.

Определение 4: Процесс решения ДУ называется интегрирование.

Определение 5: Решением дифференциального уравнения называется такая дифференцируемая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

Определение 6 : Общим решением ДУ называется такое решение , в которое входит столько независимых произвольных постоянных , каков порядок уравнения.

Так, общее решение ДУ первого порядка содержит одну произвольную. Общему решению ДУ соответствует совокупность (семейство) всех интегральных кривых.

Определение 7: Частным решением ДУ называется решение , полученное из общего при различных числовых значениях произвольных постоянных. Значения произвольных постоянных находятся при определенных начальных значениях аргумента и функции.

График частного решения ДУ называется интегральной кривой.
Определение 8: Задача , в которой требуется найти частное решение ДУ, удовлетворяющее начальному условию $y(x_0)=y_0$, называется задачей Коши. (Огюстен Луи Коши(1789-1857)- французский математик).
В ходе записывания теории разбирается пример: $y = x^2$

$\frac{dy}{dx} = 2x$, $dy = 2xdx$ $\int dy = \int 2xdx$,

$y = 2 \cdot \frac{x^2}{2} + C$

$y = x^2 + C$ - общее решение

При x= 2, y=5, тогда 5= $2^2 + C$, 5= 4+c, получим c= 1, следовательно, $y = x^2 + 1$- частное решение.

Мы сначала рассмотрим самые простые ДУ – это **ДУ с разделяющимися переменными.**

Определение 9: ДУ с разделяющимися переменными называется уравнение вида: $\frac{dy}{dx} = f(x)\varphi(y)$

Для решения этого уравнения **необходимо:**

1. разделить сначала переменные;
2. проинтегрировать обе части полученного равенства.

Рассмотрим пример:

1)

$$xdy = 2ydx$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x},$$

$$\int \frac{dy}{y} = 2\int \frac{dx}{x}$$

$$\ln y = 2\ln x + \ln C, \ln y = \ln\left(x^2C\right) \Rightarrow y = x^2C -$$

Общее решение.

2) $\left(xy^2 + x\right) = \left(y - x^2y\right)y'$, $x\left(y^2 + 1\right)dx = y\left(1 - x^2\right)dy$

$$\frac{ydy}{\left(y^2 + 1\right)} = \frac{xdx}{1 - x^2}, \qquad \int \frac{ydy}{\left(y^2 + 1\right)} = \int \frac{xdx}{1 - x^2},$$

$$\int \frac{ydy}{y^2 + 1} = \left| \begin{array}{l} t = y^2 + 1 \\ dt = 2ydy \\ \frac{dt}{2} = ydy \end{array} \right| = \int \frac{dt}{2t} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2}\ln t + C = \ln\sqrt{y^2 + 1} + C$$

$$\int \frac{xdx}{1-x^2} = \left| \begin{array}{l} t = 1-x^2 \\ dt = -2xdx \\ -\frac{dt}{2} = xdx \end{array} \right| = -\frac{1}{2}\int \frac{dt}{t} = -\frac{1}{2}\ln t + \ln C = \ln \frac{C}{\sqrt{1-x^2}},$$

$\ln\sqrt{y^2+1} = \ln\frac{C}{\sqrt{1-x^2}} \Rightarrow y^2+1 = \frac{C^2}{1-x^2} \Rightarrow y = \frac{C^2}{1-x^2} - 1$-общее решение

Найдем частное решение при начальных условиях: при x=2, y=-4. Получим: -4+1=C^2/(-3), тогда C^2=9.

Частное решение имеет вид: $y = \frac{9}{1-x^2} - 1, y = \frac{8+x^2}{1-x^2}$.

3) $y' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, y = 1, x = 0$

Практические задания 43

1. $y' = 4x^3$.Найти общее решение.(ответ: $y = x^4 + C$)
2. $xdy = 2ydx$.(ответ: $y = x^2C$)

Найти частные решения ДУ:

3. $\cos^2 xdy - dx = 0$, при $x = \frac{\pi}{4}$, y=3(ответ: y=tgx+2)
4. $ydx - \frac{dy}{3x^2} = 0$, при x=0, y=1 (ответ: $y = e^{x^3}$)
5. $(x+3)dy - (y+1)dx = 0$, $\frac{dy}{y+1} = \frac{dx}{x+3} \Rightarrow \ln|y+1| = \ln|x+3| + \ln C$,

   $y = C(x+3) - 1 -$общее решение.
6. Найти частное решение ДУ $y'tgx - y = 1, y = 1, x = \frac{\pi}{2}$.

$\frac{dy}{dx}\cdot\frac{\sin x}{\cos x} = 1 + y, \int \frac{dy}{y+1} = \int \frac{\cos x dx}{\sin x}, \ln|y+1| = \ln|\sin x| + \ln C \Rightarrow y = C\sin x - 1 -$общее решение.

$1 = C\sin\frac{\pi}{2} - 1, 1 = C - 1 \Rightarrow C = 2,$тогда y=2sinx-1- частное решение.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4
по теме «Интеграл. Площадь криволинейной трапеции».
ВАРИАНТ 1.

1. Вычислите:

а) $\int\limits_2^5 4dx;$ б) $\int\limits_0^{\frac{\ddot{\imath}}{2}} \sin\ x dx;$ в) $\int\limits_0^1 (x+1)^3 dx;$ г) $\int\limits_n^{2n} cos\frac{x}{6} dx.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$; б) $y = 2\cos x$, $y = 0$, $x = -\frac{\Pi}{2}$, $x = \frac{\Pi}{2}$; в) $y = 2x^2$, $y = 2x$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4
по теме «Интеграл. Площадь криволинейной трапеции».
ВАРИАНТ 2.

1. Вычислите:

а) $\int\limits_1^3 2dx;$ б) $\int\limits_0^{\frac{n}{2}} \cos x dx;$ в) $\int\limits_2^3 (1-x)^4 dx;$ г) $\int\limits_{\frac{n}{3}}^{n} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\Pi}{6}\right) dx.$

2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$; б) $y = 2\cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\Pi}{2}$; в) $y = 0{,}5x^2$, $y = x$.