

Занятие на тему «Показательные уравнения»

1. Внимательно прочитайте, изучите материал
2. Перепишите определение
3. Примеры переписывайте с подробными решениями
4. Самостоятельно решайте задания 1-5 (1 вариант – нечетные, 2 вариант – четные)
5. Отправляйте сканы рабочей тетради вконтакте <https://vk.com/nureeva79>
Расима Нуреева 6.04.20

Уравнение, содержащее переменную в показателе степени, называется *показательным*. Простейшим примером показательного уравнения служит уравнение $a^x=b$ ($a>0, a\neq 1$).

Решение показательного уравнения вида $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ ($a>0, a\neq 1$) основано на том, что это уравнение равносильно уравнению $f(x)=g(x)$.

Следствие. Пусть $a>0, a\neq 1$. Если степени с основанием a равны, то их показатели равны, т.е. если $a^s=a^t$, то $s=t$.

Приведение обеих частей уравнения к одному основанию

Этот способ основан на свойстве степеней: если две степени равны и их основания равны, то равны и их показатели.

Пример 1. Решите уравнение $5^x = 625$.

Решение. $5^x = 625; 5^x = 5^4; x=4$.

Ответ: 4

Пример 2. Найдите корень уравнения $3^{x+1} = \frac{1}{27}$.

Решение. Перейдем к одному основанию степени: $3^{x+1} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{x+1} = 3^{-3} \Leftrightarrow x+1=-3 \Leftrightarrow x=-2$.

Ответ: -2

Задание 1. Решите уравнение...

- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------------------|------------------------|------------------------------------|----------------------------|
| 1) $5^x=125$ | 2) $(\frac{1}{3})^x=\frac{1}{81}$ | 3) $27^x=\frac{1}{3}$ | 4) $(\frac{1}{2})^x=-2$ | 5) $(\frac{1}{5})^x=625$ |
| 6) $16^x=\frac{1}{4}$ | 7) $6^x=1296$ | 8) $(\frac{1}{2})^x=8$ | 9) $(\frac{1}{4})^x=\frac{1}{256}$ | 10) $(\frac{2}{5})^x=-2,5$ |

Пример 3. Решите уравнение $3^{x^2-4x} = 3^{2x-8}$.

Решение. Данное уравнение равносильно уравнению $x^2 - 4x = 2x - 8$ или $x^2 - 6x + 8 = 0$.

Решая квадратное уравнение, находим $x_1=2$, $x_2=4$. Эти числа являются корнями исходного показательного уравнения.

Ответ: 2; 4

Задание 2. Решите уравнение...

- 1) $3^{2x^2-3x+5} = 3^{x^2+2x-1}$ 2) $2^{x^2-3x} = 2^{x-8}$ 3) $4^{x^2-3x+5} = 3^{2x-1}$
 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x+3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+x-1}$ 5) $3^{2x^2-5x} = 3^{x^2-6}$ 6) $2^{x^2-2x} = 2^{2x-8}$
 7) $7^{2x^2-3x+3} = 7^{x^2+x-1}$ 8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-3x+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-5}$ 9) $5^{2x^2+6} = 5^{x^2+5x}$
 10) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x^2+x-1}$

Пример 4. Решите уравнение $10^{2x-5}=100$.

Решение. $10^{2x-5}=100$; $10^{2x-5}=10^2$; $2x-5=2$; отсюда $x=3,5$.

Ответ: 3,5

Пример 5. Найдите корень уравнения $3^{2-x}=1$.

Решение. Перейдем к одному основанию степени: $3^{2-x}=3^0 \Leftrightarrow 2-x=0 \Leftrightarrow x=2$.

Ответ: 2

Задание 3. Решите уравнение...

- 1) $3^{5-2x}=81$ 2) $4^{8+5x}=1$ 3) $3^{2-x}=27$ 4) $4^{x^2+x}=16$ 5) $2^{x+2}=128$
 6) $2^{x+1}=16$ 7) $2^{x-1}=32$ 8) $3^{x^2-x}=1$ 9) $9^{-x}=27$ 10) $4^{-x}=16$

Пример 6. Решите уравнение $2^{x^2-6x-2,5} = 16\sqrt{2}$.

Решение. Уравнение решается приведением левой и правой частей к степеням с равными основаниями. $16\sqrt{2}=2^4 \cdot 2^{1/2}=2^{4,5}$.

Из уравнения $2^{x^2-6x-2,5}=2^{4,5}$ получаем $x^2-6x-2,5=4,5$, откуда $x=-1$ и $x=7$.

Ответ: - 1; 7

Пример 7. Найдите корень уравнения $16^{x+1} = \frac{1}{4}$.

Решение. Перейдем к одному основанию степени: $16^{x+1} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (4^2)^{x+1} = 4^{-1} \Leftrightarrow 2(x+1) = -1 \Leftrightarrow x = -1,5$.

Ответ: -1,5

Пример 8. Найдите корень уравнения $3^{2+x} = \sqrt{27}$.

Решение. Приведем обе части уравнения к основанию 3: $3^{2+x} = 3^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow 2+x = \frac{3}{2} = 1,5 \Leftrightarrow x = 1,5 - 2 = -0,5$.

Ответ: -0,5

Задание 4. Решите уравнение...

- 1) $(7^{x+1})^{\frac{1}{5}} = 7$ 2) $(5^{x+2})^{\frac{1}{8}} = 5$ 3) $10^{2x} = 2^x \cdot 5^x$ 4) $3^x \cdot 5^x = 15^{3x}$
5) $15^{8-5x} = \sqrt{15}$ 6) $17^{9-7x} = \sqrt{17}$ 7) $(\frac{1}{3})^{x-1} = 9$ 8) $(\frac{1}{4})^{x-2} = 16$
9) $2^{x^2-x} - 4 = 0$ 10) $2^{x^2-x} = 16$

Пример 9. Решите уравнение $0,625^{4x+1} = 1,6^{3-2x}$.

Решение. Приведем обе части уравнения к одному основанию:

$$(\frac{625}{1000})^{4x+1} = (\frac{16}{10})^{3-2x}; (\frac{5}{8})^{4x+1} = (\frac{8}{5})^{3-2x}; (\frac{5}{8})^{4x+1} = (\frac{5}{8})^{-3+2x};$$
$$4x + 1 = 2x - 3; 2x = -4; x = -2.$$

Ответ: - 2

Пример 10. Найдите корень уравнения $(\frac{1}{3})^{2-x} = 9^x$.

Решение. Перейдем к одному основанию степени: $(\frac{1}{3})^{2-x} = 9^x \Leftrightarrow (3^{-1})^{2-x} = (3^2)^x$
 $\Leftrightarrow -1(2-x) = 2x \Leftrightarrow -2+x = 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Ответ: 2

Пример 11. Найдите корень уравнения $9^{2+x} = 27^{2x}$.

Решение. Приведем обе части уравнения к основанию 3: $(3^2)^{2+x} = (3^3)^{2x} \Leftrightarrow 2(2+x) = 2x \Leftrightarrow x = 1$.

Ответ: 1

Задание 5. Решите уравнение...

- 1) $0,3^{x-1} = 0,09^x$ 2) $0,25^x = 0,5^{x+1}$ 3) $(\frac{7}{13})^{3-2x} = (\frac{13}{7})^{4+3x}$ 4) $3^{x-1} = 27^x$
5) $(\frac{1}{9})^{2x-5} = 3^{5x-8}$ 6) $(\frac{1}{2})^{x-4} = 2^{4x-9}$ 7) $4^{x^2} - 2^x = 0$ 8) $9^x - 3^{x^2} = 0$
9) $(\frac{1}{8})^{x-4} = 64^{2x^2+2}$ 10) $(\frac{5}{6})^{1-2x} = (\frac{6}{5})^{2+x}$