

## Вычисление производной степенной функции

### Теоретический материал

**Производная функции в точке  $x=x_0$  -предел отношения приращения**

**функции  $\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$  к приращению аргумента  $\Delta x$  при  $\Delta x \rightarrow 0$**

**Обозначается производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  символом  $f'(x_0)$ .**

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \text{или} \quad y'(x_0), \frac{dy}{dx}(x_0), \frac{df}{dx}(x_0), y'|_{x=x_0}$$

Вычисление производной функции называется **дифференцированием функции**.

При дифференировании функций следует руководствоваться теоретическими сведениями о вычислении производных, применяя свойства и формулы дифференцирования.

#### Формулы для вычисления производных

1.  $C' = 0$
2.  $x' = 1$
3.  $(x^n)' = nx^{n-1}$
4.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

$$y = x^3 - 3x^2 - \frac{1}{6}x^{-6} + 5;$$

**Пример 1:** Найти производную функции

$$\begin{aligned} y' &= \left( x^3 - 3x^2 - \frac{1}{6}x^{-6} + 5 \right)' = (x^3)' - 3(x^2)' - \frac{1}{6}(x^{-6})' + 5' = \\ &= 3x^{3-1} - 3 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{6} \cdot (-6)x^{-6-1} + 0 = 3x^2 - 6x + x^{-7}. \end{aligned}$$

$$y = x^8 - \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^5}} - \frac{1}{x^3};$$

**Пример 2:** Найти производную функции

Вводим дробные и отрицательные степени и превращаем заданную функцию к виду

$$y = x^8 - \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^5}} - \frac{1}{x^3} = x^8 - x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{5}{3}} - x^{-3}.$$

$$y' = 8x^{8-1} - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 3 \cdot \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1} - (-3)x^{-3-1} = = 8x^7 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{x^4}.$$

### Контрольные вопросы:

1. Что такое производная функции?
2. Назовите основные формулы вычисления производной.

### Задания практической работы:

Вариант 1	Вариант 2
<p>Найти производные функций</p> <p>1. <math>y = x^4 + 3x^3 - 5x - 3</math>      2. <math>y = 3x^6 - 4x^2 + 3x - 6</math>      3. <math>y = 2x^7 + 3x - 6</math>      4. <math>y = 2x^{-\frac{1}{2}} - 3x^{-\frac{2}{3}}</math>.      5. <math>y = \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x} - 4</math>.</p>	<p>Найти производные функций</p> <p>1. <math>y = x^5 + 3x^2 - 2x + 3</math>      2. <math>y = 3x^4 - 4x^3 + 2x - 2</math>      3. <math>y = 4x^7 + 5x - 16</math>      4. <math>y = 4x^{-\frac{1}{2}} + 3x^{-\frac{2}{3}}</math>.      5. <math>y = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}</math>.</p>

### Правила вычисления производной (сложение и вычитание)

#### Методические указания

#### Теоретический материал

<p>Правила вычисления производных:</p> <p>1. <math>(x \pm y)' = x' \pm y'</math>, 3. <math>\left(\frac{x}{y}\right)' = \frac{x'y - xy'}{y^2}</math>.</p> <p>2. <math>(xy)' = x'y + xy'</math>,</p>	<p><b>Формулы для вычисления производных</b></p> <p>1. <math>C' = 0</math>      2. <math>x' = 1</math>      3. <math>(x^n)' = nx^{n-1}</math>      4. <math>(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}</math>      5. <math>\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}</math></p>
--	--

**Пример 1.** Вычислите производную функции  $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x$ .

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 1 вычисления производных:

$$f'(x) = \left( -2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x \right)' = -2 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{3} \cdot 3x^{3-1} + 5 \cdot 1x^{1-1} = -4x - x^2 + 5.$$

### Контрольные вопросы:

- Что называют производной функции?
- Перечислите основные формулы дифференцирования.
- Перечислите правила дифференцирования .

**Задания практической работы:**

1 вариант	2 вариант
<p style="text-align: center;"><i>№ 12</i></p> <p>Найти производную функции</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = x^2 + x</math></li> <li><math>f(x) = x^2 - 5</math></li> <li><math>f(x) = 5x^2</math></li> <li><math>f(x) = -4x^3</math></li> <li><math>f(x) = 0,5x^4</math></li> <li><math>f(x) = 13x^2 + 26</math></li> <li><math>f(x) = x^4 + 2x^2</math></li> <li><math>f(x) = -2x^3 + 18x</math></li> <li><math>f(x) = x^5 - 3x^2</math></li> <li><math>f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x + 9</math></li> </ol>	<p style="text-align: center;"><i>№ 22</i></p> <p>Найти производную функции</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = x^3 + x^2</math></li> <li><math>f(x) = x^4 + 2</math></li> <li><math>f(x) = 6x^2</math></li> <li><math>f(x) = -5x^2</math></li> <li><math>f(x) = 1,5x^4</math></li> <li><math>f(x) = 8x^2 + 16</math></li> <li><math>f(x) = x^6 + 3x^2</math></li> <li><math>f(x) = -3x^2 + 6x</math></li> <li><math>f(x) = x^8 - 4x^2</math></li> <li><math>f(x) = 4x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 9x -</math></li> </ol>