

## Вычисление производной степенной функции

### Теоретический материал

**Производная функции** в точке  $x=x_0$  -предел отношения приращения функции  $\Delta y = f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$  к приращению аргумента  $\Delta x$  при  $\Delta x \rightarrow 0$   
Обозначается производная функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  символом  $f'(x_0)$ .

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad \text{или} \quad y'(x_0), \frac{dy}{dx}(x_0), \frac{df}{dx}(x_0), y' \big|_{x=x_0}$$

Вычисление производной функции называется **дифференцированием функции**.

При дифференцировании функций следует руководствоваться теоретическими сведениями о вычислении производных, применяя свойства и формулы дифференцирования.

#### Формулы для вычисления производных

1.  $C' = 0$
2.  $x' = 1$
3.  $(x^n)' = nx^{n-1}$
4.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

**Пример 1:** Найти производную функции  $y = x^3 - 3x^2 - \frac{1}{6}x^{-6} + 5;$

$$\begin{aligned} y' &= \left( x^3 - 3x^2 - \frac{1}{6}x^{-6} + 5 \right)' = (x^3)' - 3(x^2)' - \frac{1}{6}(x^{-6})' + 5' = \\ &= 3x^{3-1} - 3 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{6} \cdot (-6)x^{-6-1} + 0 = 3x^2 - 6x + x^{-7}. \end{aligned}$$

**Пример 2:** Найти производную функции  $y = x^8 - \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^5}} - \frac{1}{x^3};$

Вводим дробные и отрицательные степени и превращаем заданную функцию к виду

$$y = x^8 - \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x^5}} - \frac{1}{x^3} = x^8 - x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{5}{3}} - x^{-3}.$$

$$y' = 8x^{8-1} - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} + 3 \cdot \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1} - (-3)x^{-3-1} = 8x^7 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{3}{x^4}.$$

### Контрольные вопросы:

1. Что такое производная функции?
2. Назовите основные формулы вычисления производной.

### Задания практической работы:

Вариант 1	Вариант 2
Найти производные функций	Найти производные функций
1. $y = x^4 + 3x^3 - 5x - 3$	1. $y = x^5 + 3x^2 - 2x + 3$
2. $y = 3x^6 - 4x^2 + 3x - 6$	2. $y = 3x^4 - 4x^3 + 2x - 2$
3. $y = 2x^7 + 3x - 6$	3. $y = 4x^7 + 5x - 16$
4. $y = 2x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{2}{3}}$	4. $y = 4x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{2}{3}}$
5. $y = \sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x} - 4$	5. $y = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$

### Правила вычисления производной (сложение и вычитание)

### Методические указания

#### Теоретический материал

<p><i>Правила вычисления производных:</i></p> <p>1. <math>(x \pm y)' = x' \pm y'</math>, 3. <math>\left(\frac{x}{y}\right)' = \frac{x'y - xy'}{y^2}</math>.</p> <p>2. <math>(xy)' = x'y + xy'</math>,</p>	<p><b>Формулы для вычисления производных</b></p> <p>1. <math>C' = 0</math></p> <p>2. <math>x' = 1</math></p> <p>3. <math>(x^n)' = nx^{n-1}</math></p> <p>4. <math>(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}</math></p> <p>5. <math>\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}</math></p>
---	--

**Пример 1.** Вычислите производную функции  $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x$ .

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 1 вычисления производных:

$$f'(x) = \left(-2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x\right)' = -2 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{3} \cdot 3x^{3-1} + 5 \cdot 1x^{1-1} = -4x - x^2 + 5.$$

### Контрольные вопросы:

1. Что называют производной функции?
2. Перечислите основные формулы дифференцирования.
3. Перечислите правила дифференцирования .

**Задания практической работы:**

1 вариант	2 вариант
<p>№12</p> <p>Найти производную функции</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>f(x) = x^2 + x</math></li> <li>2) <math>f(x) = x^2 - 5</math></li> <li>3) <math>f(x) = 5x^2</math></li> <li>4) <math>f(x) = -4x^3</math></li> <li>5) <math>f(x) = 0,5x^4</math></li> <li>6) <math>f(x) = 13x^2 + 26</math></li> <li>7) <math>f(x) = x^4 + 2x^2</math></li> <li>8) <math>f(x) = -2x^3 + 18x</math></li> <li>9) <math>f(x) = x^5 - 3x^2</math></li> <li>10) <math>f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 8x + 9</math></li> </ol>	<p>№22</p> <p>Найти производную функции</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>f(x) = x^3 + x^2</math></li> <li>2) <math>f(x) = x^4 + 2</math></li> <li>3) <math>f(x) = 6x^2</math></li> <li>4) <math>f(x) = -5x^2</math></li> <li>5) <math>f(x) = 1,5x^4</math></li> <li>6) <math>f(x) = 8x^2 + 16</math></li> <li>7) <math>f(x) = x^6 + 3x^2</math></li> <li>8) <math>f(x) = -3x^2 + 6x</math></li> <li>9) <math>f(x) = x^8 - 4x^2</math></li> <li>10) <math>f(x) = 4x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 9x -</math></li> </ol>