Тема урока: «Решение простейших тригонометрических уравнений и уравнений приводимых к ним».

Тип урока: урок-закрепление знаний и выработка умений по их применению.

Цели урока:

Образовательные:

- актуализировать знания учащихся по теме «Решение простейших тригонометрических уравнений» и обеспечить их применение при решении задач;
- закрепить навыки решения тригонометрических уравнений;

Развивающие:

- содействовать развитию у учащихся мыслительных операций: умение анализировать, синтезировать, сравнивать;
- формировать и развивать общеучебные умения и навыки: обобщение, поиск способов решения;
- отрабатывать навыки самооценивания знаний и умений.

Воспитательные:

- вырабатывать внимание, самостоятельность при работе на уроке;
- способствовать формированию активности и настойчивости, максимальной работоспособности.

Конспект урока.

1.Организационный момент.

Задачи этапа: обеспечить внешнюю обстановку для работы на уроке, психологически настроить учащихся к общению. - Добрый день! Я рада видеть вас и гостей на уроке. Давайте улыбнёмся друг другу, поделимся хорошим настроением и попробуем сохранить его до конца урока. Я думаю, вам будет интересно сегодня на уроке. Приветствие учащихся.

Постановка цели урока.

Ребята мы разобрали решение простейших тригонометрических уравнений. Сегодня нам предстоит повторить и применить полученные знания и умения при решении различных заданий.

2.*Устная работа*.

Учитель: Ребята, а теперь прежде чем перейти к решению простейших тригонометрических уравнений, необходимо вспомнить формулы решения уравнений вида: sinx=a, cosx=a, при а є $[-1;1]$.Учащиеся называют формулы решения уравнений

sin	$x = (-1)^n arcsina + \pi n,$
cos	$x = \pm arccosa + 2\pi n, n$

Учитель: А теперь давайте вспомним определение арксинуса, арккосинуса. Учащиеся дают определения обратных тригонометрических функций, обращая внимание на область определения и множество значений.

Два ученика выполняют примеры из домашней работы на доске, а весь класс работает устно. Откройте тетради и запишите число.

Учитель: Выполняем следующую работу самостоятельно.

А).Вычислите и запишите ответы в тетради.

1 вариант		2 вариант	
arcsin √2/2 arccos 1	Ответы π/4 0	arccos √2/2 arcsin 1	Ответы π/4 π/2

arcsin (- 1/2) arccos(- √3/2) arcsin 0	- π/6 5π/6 0	arccos (- 1/2) arcsin (- √3/2) arcos 0	2π/3 - π/3 π/2

Учитель: Ребята, проверьте ответы и оцените работу соседа по парте: верно сделано всё -1 балл,

Б).Установите соответствие между уравнением и его корнями **стрелочками**:

А. *2 sin x = 1*	1. $\pm\frac{\pi}{9}+\frac{2\pi n}{3}, n\in Z$
Б. $\sqrt{2}\,sin\,x = 1$	2. $(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k, k\in Z$
В. *– 2 cos x = 1*	3. $(-1)^n\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$
Г. $cos3x = \frac{1}{2}$	4. нет корней
Д. *cos x =2*	5. $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n, n\in Z$
	6. $\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in Z$

1) Найти корни уравнения на [- 3π; 5π]

$$6\sin^2 x-5\cos x+5=0$$

$$6(1-\cos^2 x)-5\cos x+5=0$$

$$6-6\cos^2 x-5\cos x+5=0$$

$$-6\cos^2 x-5\cos x+11=0$$

$$6\cos^2 x+5\cos x-11=0$$

$$\cos x=t,\quad t\in[-1;1]$$

$$6t^2-5t-11=0$$

$$t_1=1\qquad\qquad t_2=-\frac{11}{6}\notin[-1;1]$$

$$\cos x=1\qquad\qquad \cos x=-\frac{11}{6}$$

$$x=2\pi n; n\in Z\qquad \textit{корней}\quad \textit{нет}$$

$$n=0\quad x=0$$

$$n=\pm1\quad x=\pm2\pi$$

$$n=\pm2\quad x=\pm4\pi\quad -4\pi\notin[-3\pi;5\pi]$$

Ответ : $0;\pm2\pi;4\pi.$

2) $$2\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}.$$

Решение.

$\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$3x - \frac{\pi}{4} = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n, \ \ n \in Z$;

$3x - \frac{\pi}{4} = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \ n \in Z$

$3x = \pm\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \ n \in Z$

$x = \pm\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n, \ n \in Z.$

Ответ: $\pm\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{2\pi}{3}n, \ n \in Z$.

Проверьте правильность выполненного домашнего задания. Поднимите руку, у кого такие же ответы?

Решим ещё один пример на доске и в тетрадях. Сколько корней имеет уравнение на данном отрезке $[0; \frac{5\pi}{2}]$ $\sin^2 x+5\sin x -6=0$

<u>Замена</u>. sin x=t, tє[-1; 1]

$t_1 = 1$, $t_2 = -6$- посторонний корень

x=$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$; n=0,1

Ответ: на данном отрезке два корня. $\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}$

Практическая работа № 24

Решение тригонометрических уравнений заменой переменной

Цель : закрепление навыков умения решать тригонометрические уравнение заменой переменной; развитие логического мышления, памяти, внимания и самостоятельности

Форма работы: решение примеров
Время выполнения: 2ч
Контроль выполнения: проверка тетради
Порядок выполнения работы:
1. Повторить теоретический материал и изучить образцы решения уравнений
2. Выполнить задания практической работы.

Методические указания

Теоретический материал

Общие формулы решения тригонометрических уравнений

$\sin x = a, \ \ \vert a\vert \le 1;$ x $\quad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \ \ n \epsilon$	$II. \quad \cos x = a, \ \ \vert a\vert \le 1$ $x = \pm\arccos a + 2\pi n, \ \ n \epsilon z$
tg x = a, a – любое число $x = arctg\, x + \pi n, \ n\epsilon z$	*ctg x = a, a – любое число* $x = arcctgx + \pi n, n\epsilon z$

Частные решения тригонометрических уравнений

sin x=0 $x=\pi n, n\epsilon z$	*sin x=1* $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, \quad n\epsilon z$	*sin x=-1* $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, \ n\epsilon z$
cos x=0 $x=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\epsilon z$	*cos x=1* $x=2\pi n, n\epsilon z$	*cos x=-1* $x=\pi+2\pi n, \ n\epsilon z$

Методы решения тригонометрических уравнений

- Метод замены переменной
- Решение однородных тригонометрических уравнений
- метод понижения степени
- Метод разложения на множители

Пример 1.

Решить уравнение:

$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$

Решение. Введем новую переменную: z = sin x. Тогда уравнение примет вид: $2z^2 - 5z + 2 = 0$. Решая квадратное уравнение находим $z_1 = 2$ и $z_2 = \frac{1}{2}$.

Значит, либо sin x = 2, либо sin x = $\frac{1}{2}$. Первое уравнение не имеет корней, а из второго находим

$x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n, \ n\epsilon z$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n\epsilon z$

Пример 2.

Решить уравнение:

$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$

Решение:

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$

После преобразования получим:

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

Введем новую переменную z = cos x. Тогда данное уравнение примет вид:

$2z^2 - z - 1 = 0$. Решая его, находим $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2}$

Значит, либо cos x = 1, либо cos x = $-\frac{1}{2}$

Решая первое уравнение cos x = 1, как частное, находим его решение

$x = 2\pi n, \quad n \epsilon z$.

Решая второе уравнение, находим решение:

$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n\epsilon z$

$$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, \quad n\epsilon z$$

$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n, \quad n\epsilon z$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n\epsilon z$

Контрольные вопросы:

1. Какие существуют методы решения тригонометрических уравнений?
2. В чем заключается метод замены переменной?

Задания практической работы

Вариант 1	**Вариант 2**
1. $2\sin^2x - \sin x - 1 = 0$	1. $4\sin^2x + 11\sin x - 3 = 0$
2. $4\cos^2x - 8\cos x + 3 = 0$	2. $6\cos^2x + \cos x - 1 = 0$
3. $\sin^2x + 4\cos x - 4 = 0$	3. $8\sin^2x + \cos x + 1 = 0$
4 . $\mathrm{tg}x - 2\mathrm{ctg}x + 1 = 0$	4. $2\mathrm{ctg}x - 3\mathrm{tg}x + 5 = 0$
5. $3\sin^2x + \sin x \cdot \cos x = 2\cos^2x$	5. $2\cos^2x - 3\sin \cdot \cos + \sin^2x = 0$
6. $9\sin x \cdot \cos x - 7\cos^2x = 2\sin^2x$	6. $2\sin^2x - \sin x \cdot \cos x = \cos^2x$