

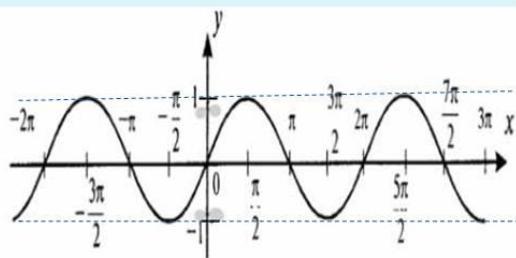
План

1. 14.04.2020 г. Записываем лекцию. Фотографии конспекта высылаем на электронную почту.
2. 16.04.2020 г. Выполняем практическую работу с использованием цветных карандашей. Фотографию практической работы высылаем на электронную почту.
3. 17.04.2020 г. Записываем лекцию

«Тригонометрические функции» на 14 апреля 2020

Функция $y = \sin x$

График функции



Свойства функции:

1. $D(y) = \mathbb{R}$.
2. $E(y) = [-1; 1]$
3. Функция периодическая; $T = 2\pi$
4. Функция нечетная
5. $\sin x = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
6. Функция возрастает на
 $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$,
убывает на
 $[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.
7. $\sin x > 0$
при $2\pi n < x < \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 $\sin x < 0$
при $\pi + 2\pi n < x < 2\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
8. Наибольшее значение функции $y = 1$;
наименьшее значение функции $y = -1$.



График функции $y = \sin(x \pm b)$

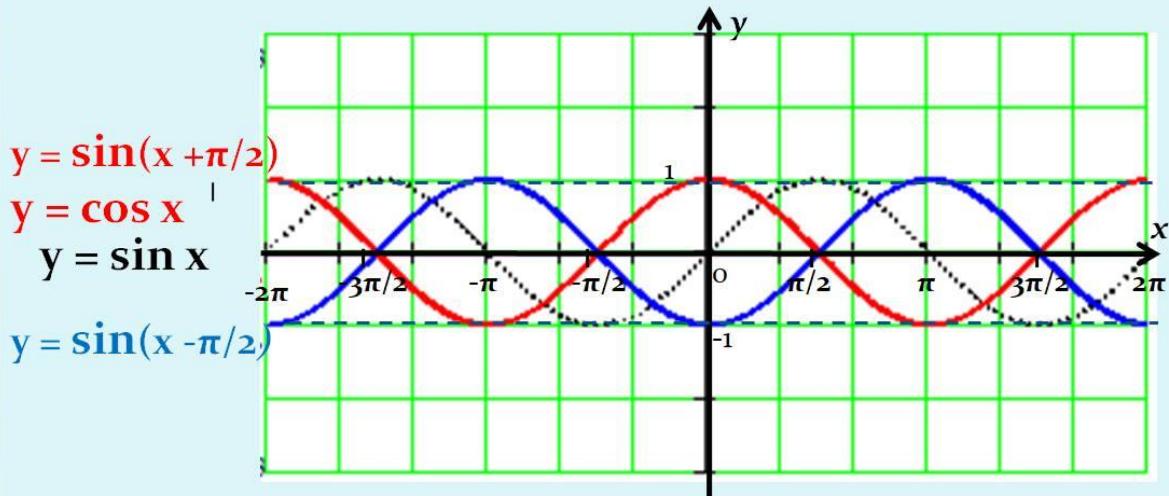
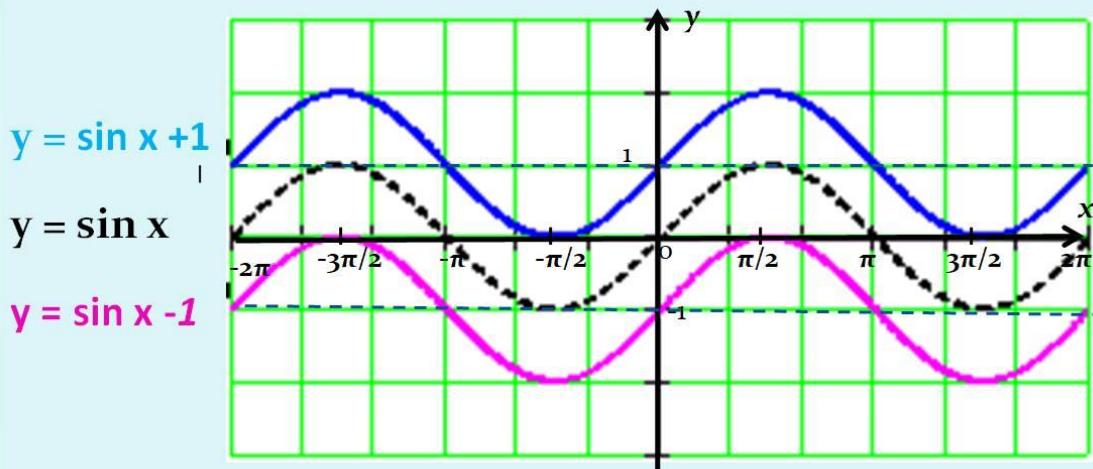
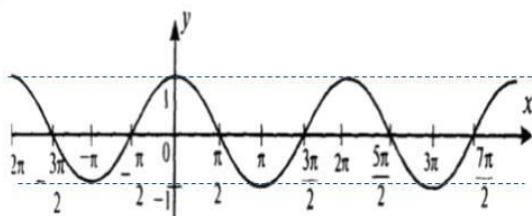


График функции $y = \sin x \pm b$



Функция $y = \cos x$

График функции



Свойства функции:

1. $D(y) = \mathbb{R}$.
2. $E(y) = [-1; 1]$
3. Функция периодическая; $T = 2\pi$
4. Функция четная.
5. $\cos x = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}$.
6. Функция возрастает на
 $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$,
убывает на
 $[2\pi n; \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$.
7. $\cos x > 0$
при $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 $\cos x < 0$
при $\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
8. Наибольшее значение функции $y = 1$;
наименьшее значение функции $y = -1$.



График функции $y = \cos(x \pm b)$

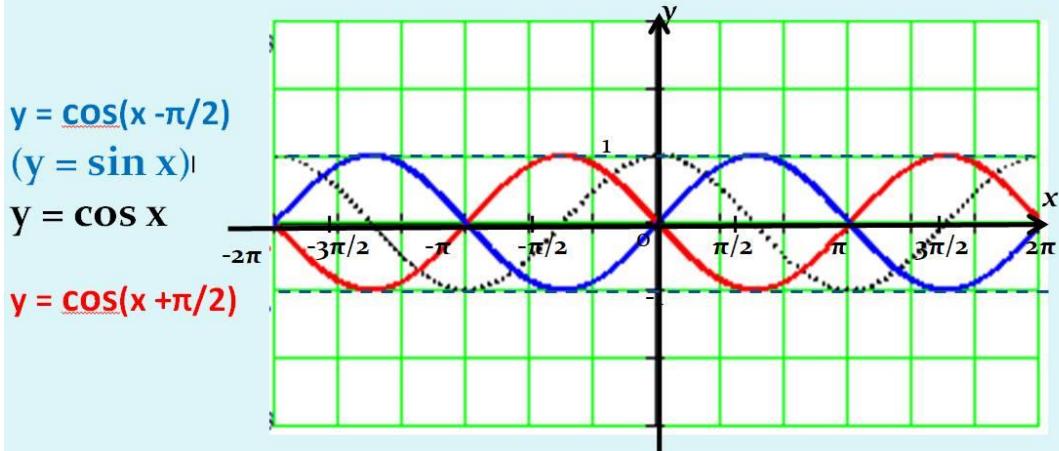
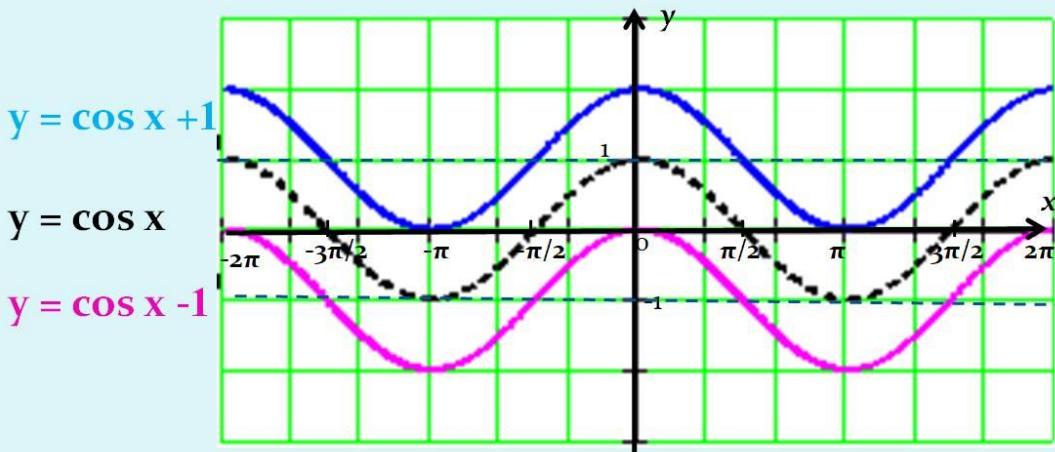
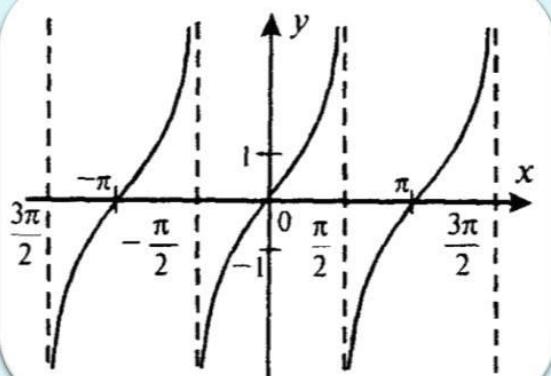


График функции $y = \cos x \pm b$



Функция $y = \operatorname{tg} x$

График функции



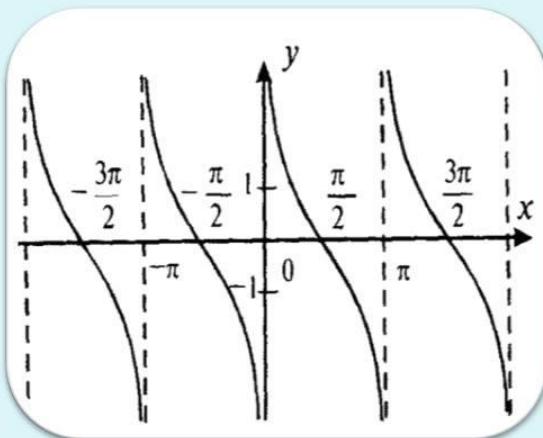
Свойства функции:

1. $D(y) = (-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n); n \in \mathbb{Z}$.
2. $E(y) = \mathbb{R}$.
3. Функция периодическая; $T = \pi$.
4. Функция нечетная.
5. $\operatorname{tg} x = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
6. Функция возрастает на $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
7. $\operatorname{tg} x > 0$
при $\pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 $\operatorname{tg} x < 0$
при $-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
8. Функция не достигает наибольшего и наименьшего значений.
9. Прямые $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$, являются асимптотами графика функции.

Функция $y = \operatorname{ctg} x$

Свойства функции:

График функции



1. $D(y) = (\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.
2. $E(y) = \mathbb{R}$
3. Функция периодическая; $T = \pi$.
4. Функция нечетная.
5. $\operatorname{ctg} x = 0$ при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
6. Функция убывает на $(\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$.
7. $\operatorname{ctg} x > 0$
при $\pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 $\operatorname{ctg} x < 0$
при $\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
8. Функция не достигает наибольшего и наименьшего значений.
9. Прямые $\pi n, n \in \mathbb{Z}$, являются асимптотами графика функции.

16 апреля 2020

Самостоятельная работа

Задания для I варианта

В одной системе координат постройте графики функций $y = \sin x$;

$$1) \quad y = 3 \sin x; \quad y = \sin x - 2$$

2) Найдите область определения, область значения функции, период функции и постройте график функции $y = \cos 2x + \pi/3$

Задания для II варианта

1. В одной системе координат постройте графики функций $y = \cos x$;

$$2. \quad y = \cos 2x; \quad y = \cos 2x - 1$$

2. Найдите область определения, область значения функции, период функции и постройте график функции $y = 2 \sin(x + \pi/4)$

Исследование тригонометрических функций на четность

$y = \sin x$. Функция нечетная.

- 1) $(-x) \in D(y)$.
- 2) $y(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -y(x)$.



$y = \cos x$. Функция четная.

- 1) $(-x) \in D(y)$.
- 2) $y(-x) = \cos(-x) = \cos x = y(x)$.



$y = \tg x$. Функция нечетная.

- 1) $(-x) \in D(y)$.
- 2) $y(-x) = \tg(-x) = -\tg x = -y(x)$.



$y = \ctg x$. Функция нечетная.

- 1) $(-x) \in D(y)$.
- 2) $y(-x) = \ctg(-x) = -\ctg x = -y(x)$.



Периодичность тригонометрических функций.

$y = \sin x$. Период $T = 2\pi$. ($y = \cos x$. $T = 2\pi$)

Доказательство.

- 1) $(x \pm 2\pi) \in D(y)$.
- 2) $y(x + 2\pi) = \sin(x + 2\pi) = \sin x = y(x)$.
- 3) $y(x - 2\pi) = \sin(x - 2\pi) = \sin x = y(x)$.
- 4) $y(x \pm 2\pi) = y(x)$. Следовательно, $T = 2\pi$.



(Для функции $y = \cos x$ доказательство
аналогично)



Периодичность тригонометрических функций.

Текст слайда

$$y = \underline{\operatorname{tg}} x. \text{ Период } T = \pi. (y = \underline{\operatorname{ctg}} x. T = \pi).$$

Доказательство.

$$1) (x \pm \pi) \in D(y).$$

$$2) y(x + \pi) = \underline{\operatorname{tg}}(x + \pi) = \underline{\operatorname{tg}} x = y(x)$$

$$3) y(x - \pi) = \underline{\operatorname{tg}}(x - \pi) = \underline{\operatorname{tg}} x = y(x).$$

$$4) y(x \pm \pi) = y(x). \text{ Следовательно, } T = \pi.$$

(Для функции $y = \operatorname{ctg} x$ доказательство
аналогично)

