План работы на 6 часов:

1. Изучаете опорный конспект. Записываете лекционный материал. (2 часа)

2. Практическая работа №1 и Практическая работа №2 выполняется по образцу. Решения работы присылаете на электронную почту: alevtina_sokolov@mail.ru. Подписываем работу: Группа_Фамилия

Срок исполнения: 11 апреля 2020 г.

Повторяем знание формул основных!

Основные тождества:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

Примеры упрощение выражений при помощи основных тождеств:

Лекционный материал

Формулы сложения.

$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
$\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
$\operatorname{tg} (\alpha \pm \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

Формулы двойного угла.

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha$
$2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$
$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$

Формулы перехода от суммы к произведению.

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cos\beta}$$

Формулы перехода от произведения к сумме.

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}\left(\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)\right)$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}\left(\cos (\alpha - \beta) + \cos (\alpha + \beta)\right)$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}\left(\sin (\alpha - \beta) + \sin (\alpha + \beta)\right)$$

Формулы понижения степени.

$\sin^2 \alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

$tg^2 \alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$

Упрощение выражений при помощи основных тождеств тригонометрии:

Упростите выражение: $\sin^2\alpha$

а) $\cos^2\alpha - \cos^4\alpha + \sin^4\alpha = \cos^2\alpha(1-\cos^2\alpha) + \sin^4\alpha$
$= \cos^2\alpha \cdot \sin^2\alpha + \sin^4\alpha = \sin^2\alpha \cdot (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) =$
$= \sin^2\alpha \cdot 1 = \sin^2\alpha$

б) $\frac{1-2\cos^2\beta}{\cos\beta+\sin\beta} \Rightarrow \boxed{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1} \Rightarrow \frac{\sin^2\beta+\cos^2\beta-2\cos^2\beta}{\cos\beta+\sin\beta} =$
$= \frac{\sin^2\beta-\cos^2\beta}{\cos\beta+\sin\beta} \Rightarrow \boxed{a^2-b^2=(a-b)(a+b)} = \frac{(\sin\beta-\cos\beta)\cancel{(\sin\beta+\cos\beta)}}{\cancel{(\cos\beta+\sin\beta)}}$
$= \sin\beta - \cos\beta.$

в) $(\sin^2\alpha + tg^2\alpha\cdot\sin^2\alpha)\cdot ctg\alpha = \cancel{(\sin^2\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}}$. Умножаем почленно
$= \sin^2\alpha\cdot ctg\alpha + \underbrace{tg^2\alpha}\cdot\sin^2\alpha\cdot\underbrace{ctg^2\alpha} \Rightarrow$ т.к. $\boxed{\begin{matrix} ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \\ tg\alpha\cdot ctg\alpha = 1\end{matrix}}$
$\Rightarrow \sin^2\alpha\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + 1\cdot\sin^2\alpha =$
$\sin\alpha\cos\alpha + \sin^2\alpha = \sin\alpha(\cos\alpha + \sin\alpha)$

Scanned with CamScanner

Применение формул сложения (вычитания синусов и косинусов)

Применение формул сложения

1) $\frac{\cos\frac{\pi}{15}\cos\frac{4\pi}{15} - \sin\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15}}{\cos 0{,}3\pi\sin 0{,}2\pi + \sin 0{,}3\pi\cos 0{,}2\pi} = \frac{(\alpha=\frac{\pi}{15}, \beta=\frac{4\pi}{15})}{(\alpha=0{,}3\pi, \beta=0{,}2\pi)} \Rightarrow$ тогда

по ф-лам $\frac{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta}{\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta} = \frac{\cos(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} = \frac{\cos(\frac{\pi}{15}+\frac{4\pi}{15})}{\sin(0{,}3\pi+0{,}2\pi)} =$

$= \frac{\cos\frac{5\pi}{15}}{\sin 0{,}5\pi} = \frac{\cos\frac{\pi}{3}}{\sin\frac{\pi}{2}} \Rightarrow$ Смотрим по таблице $= \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$

2) $\frac{tg\frac{2\pi}{3} - tg\frac{5\pi}{12}}{1 + tg\frac{2\pi}{3}\cdot tg\frac{5\pi}{12}} = \boxed{tg(\alpha-\beta)} = tg\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{5\pi}{12}\right) = tg\frac{8\pi-5\pi}{12} = tg\frac{\pi}{4} =$

Scanned with CamScanner

Переход от суммы (разности) к произведению

Доказать равенство: $\sin\frac{7\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Д-во

Применяем формулу: $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

Получаем, $2\sin\frac{\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}}{2}\cdot\cos\frac{\frac{7\pi}{12}+\frac{\pi}{12}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$2\sin\frac{\frac{6\pi}{\cancel{12}\,2}}{2}\cdot\cos\frac{\frac{\cancel{8}^{2}\pi}{\cancel{12}\,3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Смотрим в таблице числовые значения ф-ций.

$$\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$, ч. т. д.

Scanned with CamScanner

Практическая работа №1 . Выполнить по образцу!

№1 Упростите выражение

Пример решить при помощи основных тригонометрических тождеств

г) $\dfrac{\sin^2 t - 1}{\cos^4 t} + \operatorname{tg}^2 t.$

Scanned with CamScanner

№2 Упростите выражение

1) Решить при помощи формул сложения (вычитания синусов и косинусов, тангенсов)

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{10} + \operatorname{tg}\frac{3\pi}{20}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{10}\operatorname{tg}\frac{3\pi}{20}};$$

Scanned with CamScanner

$$\frac{\sin\frac{5\pi}{18}\cos\frac{\pi}{9}-\sin\frac{\pi}{9}\cos\frac{5\pi}{18}}{\sin\frac{5\pi}{12}\sin\frac{7\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}\cos\frac{7\pi}{12}}$$

Scanned with CamScanner

№3 Упростите выражение

Докажите равенство, используя формулы разности, суммы синусов и косинусов

б) $\cos\frac{11\pi}{24}-\cos\frac{\pi}{8}=-\sin\frac{7\pi}{24}$;

г) $\cos\frac{5\pi}{8}+\cos\frac{\pi}{8}=\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{8}$?

Scanned with CamScanner

10 апреля 2020

Применение формул удвоенного аргумента

Пример 2

Упростим выражения:

а) $\frac{\sin 2\alpha}{\cos\alpha}-\sin\alpha=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha}-\sin\alpha=2\sin\alpha-\sin\alpha=\sin\alpha;$

б) $\frac{\cos 2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\cos\alpha=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\cos\alpha=$

$\frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)}{\cos\alpha+\sin\alpha}-\cos\alpha=\cos\alpha-\sin\alpha-\cos\alpha=-\sin\alpha.$

Scanned with CamScanner

Практическая работа №2

№1 Упростите выражение:

1) $\cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8}$

2) $\frac{\sin 2\alpha - \sin\alpha}{\cos 2\alpha + \cos\alpha}$

3) $2\cos^2\alpha - \cos 2\alpha$

4) $\frac{\sin^2\alpha \operatorname{ctg}\alpha}{\sin 2\alpha}$