

## Практическая работа № 29-30

### Правила вычисления производной (умножение и деление)

#### Методические указания

#### Теоретический материал

<i>Правила вычисления производных:</i> 1. $(x \pm y)' = x' \pm y'$ , 2. $(xy)' = x'y + xy'$ , 3. $\left(\frac{x}{y}\right)' = \frac{x'y - xy'}{y^2}$ .	<b>Формулы для вычисления производных</b> 1. $C' = 0$ 2. $x' = 1$ 3. $(x^n)' = nx^{n-1}$ 4. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 5. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
---	--

**Пример 1.** Вычислите производную функции  $f(x) = -2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x$ .

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 1 вычисления производных:

$$f'(x) = \left(-2x^2 - \frac{1}{3}x^3 + 5x\right)' = -2 \cdot 2x^{2-1} - \frac{1}{3} \cdot 3x^{3-1} + 5 \cdot 1x^{1-1} = -4x - x^2 + 5.$$

**Пример 2:** Вычислите производную функции  $f(x) = \sqrt{x}(x-3)$ .

Решение:

воспользуемся формулами и правилом 2 вычисления производных:

$$f'(x) = (\sqrt{x}(x-3))' = (\sqrt{x})'(x-3) + \sqrt{x}(x-3)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-3) + \sqrt{x} \cdot 1.$$

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-3) + \sqrt{x} = \frac{x-3+2x}{2\sqrt{x}} = \frac{3x-3}{2\sqrt{x}}.$$

**Пример 3.** Найти производную функции.  $y = \frac{2x^2}{x^2-5};$

$$y' = \left(\frac{2x^2}{x^2-5}\right)' = \frac{(2x^2)'(x^2-5) - 2x^2(x^2-5)'}{(x^2-5)^2} =$$

### Задания практической работы:

<b>Вариант 1</b> Найти производные функций	<b>Вариант 2</b> Найти производные функций
1. $y = (x^2 + 3)(2x^2 + 5);$	1. $y = (2x - 1)(4x^3 + 3x^2 - x + 1);$
2. $y = (x + 1)(x^2 - 4x);$	2. $y = (x + 7)(2x - 3);$
3. $y = (4x - 2)(x^2 + 3x - 2);$	3. $y = (4 - x)(x^3 - x^2 + 5x - 3);$
4. $y = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2};$	4. $y = \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 1};$
5. $y = \frac{x^3 + x^2 + 16}{x};$	5. $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x + 1};$

Задание 29-30 Вар. №1

$$\textcircled{1} y = (x^2+3)(2x^2+5) \quad \boxed{(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'}$$

$$y' = (x^2+3)' \cdot (2x^2+5) + (x^2+3) \cdot (2x^2+5)' = 2x(2x^2+5) + (x^2+3) \cdot 4x$$

$$= 4x^3 + 10x + 4x^3 + 12x = 8x^3 + 22x$$

$$\textcircled{2} y = (x+1)(x^2-4x)$$

$$y' = (x+1)' \cdot (x^2-4x) + (x+1) \cdot (x^2-4x)' = 1 \cdot (x^2-4x) + (x+1) \cdot (2x-4)$$

$$= x^2-4x + (2x^2-4x+2x-4) = 3x^2-2x-4$$

$$\textcircled{3} y = (4x-2)(x^2+3x+2)$$

$$y' = (4x-2)' \cdot (x^2+3x+2) + (4x-2) \cdot (x^2+3x+2)' = 4 \cdot (x^2+3x+2) + (4x-2) \cdot (2x+3)$$

$$\textcircled{4} y = \frac{x^2+2}{x^2-2} \quad \boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}}$$

$$y' = \frac{(x^2+2)' \cdot (x^2-2) - (x^2+2) \cdot (x^2-2)'}{(x^2-2)^2} = \frac{2x \cdot (x^2-2) - (x^2+2) \cdot (2x)}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{2x^3-4x-2x^3-4x}{(x^2-2)^2} = \frac{-8x}{(x^2-2)^2}$$

$$\textcircled{5} y = \frac{x^3+x^2+16}{x}$$

$$y' = \frac{(x^3+x^2+16)' \cdot x - (x^3+x^2+16) \cdot x'}{x^2} = \frac{(3x^2+2x) \cdot x - (x^3+x^2+16) \cdot 1}{x^2}$$

$$= \frac{3x^3+2x^2-x^3-x^2-16}{x^2} = \frac{2x^3+x^2-16}{x^2}$$

На оценку 4-5. Необходимо выполнить ВАРИАНТ 2!

### Практическая работа № 31

#### Вычисление производной сложной функции

#### Методические указания

#### Теоретический материал

**Формулы для вычисления  
производных**

1.  $C' = 0$
2.  $x' = 1$
3.  $(x^n)' = nx^{n-1}$
4.  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
5.  $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

*Производная сложной функции*

Пусть функция  $y = f(x)$ ,  $x \in (a; b)$ , имеет производную в точке  $x_0 \in (a; b)$ , а функция  $z = g(x)$  имеет производную в точке  $y_0 = g(x_0)$ . Тогда сложная функция  $z(x) = f(g(x))$  имеет производную в точке  $x_0$ , которая вычисляется по формуле:

$$z'(x_0) = (f(g(x_0)))' = f'(y_0) \cdot g'(x_0).$$

**Пример1.** Вычислите производную функции  $y = (x^2 + 3x + 10)^2$ .

Решение: представим заданную функцию как композицию квадратичной функции и степенной

$$y = (x^2 + 3x + 10)^2;$$

$$g(x) = x^2 + 3x + 10;$$

$$f(x) = (g(x))^2;$$

$$f'(x) = ((g(x))^2)' = 2g(x) \cdot (g(x))';$$

$$y' = 2(x^2 + 3x + 10) \cdot (x^2 + 3x + 10)' = 2(x^2 + 3x + 10)(2x + 3).$$

**Пример 2.** Найти производную функции  $y = \sqrt[3]{3 + x^5}$

$$y' = \left(\sqrt[3]{3 + x^5}\right)' = \frac{1}{3}(3 + x^5)^{\frac{1}{3}-1} \cdot (3 + x^5)' = \frac{1}{3}(3 + x^5)^{-\frac{2}{3}} \cdot 5x^{5-1} = \frac{5x^4}{\sqrt[3]{(3 + x^5)^2}}.$$

**Задания практической работы:**

<b>Вариант 1</b>	<b>Вариант 2</b>
<p>Найти производную функции</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>y = (x + 1)^4</math></li> <li>2. <math>y = (2x^3 - 3x)^5</math></li> <li>3. <math>y = (x^2 - x + 1)^4</math></li> <li>4. <math>y = \sqrt{x^2 + 1}</math></li> </ol>	<p>Найти производную функции</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>y = (x^2 + 2x)^4</math></li> <li>2. <math>y = (3x^2 - 2)^3</math></li> <li>3. <math>y = (x^2 + x - 2)^3</math></li> <li>4. <math>y = \sqrt[3]{x^3 - 1}</math></li> </ol>

Тр 29-30 Бар №1

$$① y = (x^2+3)(2x^2+5)$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$y' = (x^2+3)' \cdot (2x^2+5) + (x^2+3) \cdot (2x^2+5)' = 2x(2x^2+5) + (x^2+3) \cdot 4x$$

$$= 4x^3 + 10x + 4x^3 + 12x = 8x^3 + 22x$$

$$② y = (x+1)(x^2-4x)$$

$$y' = (x+1)' \cdot (x^2-4x) + (x+1) \cdot (x^2-4x)' = 1 \cdot (x^2-4x) + (x+1) \cdot (2x-4)$$

$$= x^2-4x + (2x^2-4x+2x-4) = 3x^2-2x-4$$

$$③ y = (4x-2)(x^2+3x+2)$$

$$y' = (4x-2)' \cdot (x^2+3x+2) + (4x-2) \cdot (x^2+3x+2)' = 4 \cdot (x^2+3x+2) + (4x-2) \cdot (2x+3)$$

$$④ y = \frac{x^2+2}{x^2-2}$$

$$\left( \frac{u}{v} \right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$y' = \frac{(x^2+2)' \cdot (x^2-2) - (x^2+2) \cdot (x^2-2)'}{(x^2-2)^2} = \frac{2x \cdot (x^2-2) - (x^2+2) \cdot (2x)}{(x^2-2)^2} =$$

$$= \frac{2x^3 - 4x - 2x^3 - 4x}{(x^2-2)^2} = \frac{-8x}{(x^2-2)^2}$$

$$⑤ y = \frac{x^3+x^2+16}{x}$$

$$y' = \frac{(x^3+x^2+16)' \cdot x - (x^3+x^2+16) \cdot x'}{x^2} = \frac{(3x^2+2x) \cdot x - (x^3+x^2+16)}{x^2}$$

$$= \frac{3x^3+2x^2-x^3-x^2-16}{x^2} = \frac{2x^3+x^2-16}{x^2}$$

На оценку 4-5. Необходимо выполнить ВАРИАНТ 2!