Практическая работа № 39

Вычисление интеграла определенного

Цель : закрепление навыки умения вычислять интегралы применяя его свойства и табличные интегралы; развитие логического мышления, памяти, внимания и самостоятельности

Форма работы: решение примеров
Время выполнения: 2ч
Контроль выполнения: проверка тетради
Порядок выполнения работы:
1. Повторить теоретический материал и изучить образцы решения примеров
2. Выполнить задания практической работы.

Методические указания

Теоретический материал

- *Определённый интеграл* функции *y=f(x)* есть *число*, значение которого зависит от вида этой функции и пределов интегрирования *a* и *b*:

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

Свойства определенного интеграла

1. $\int_a^a f(x)dx = 0$;
2. $\int_a^b dx = b - a$;
3. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$;
4. $\int_a^b [f_1(x) + f_2(x)]dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx$;

Таблица интегралов.

$$\int 0\cdot dx = C$$

$$\int 1\cdot dx = x + C$$

$$\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \begin{cases} \arcsin x + C \\ -\arccos x + C \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}dx = \begin{cases} \operatorname{arctg} x + C \\ -\operatorname{arcctg} x + C \end{cases}$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C$$

$$\int \operatorname{tg} x\, dx = -\ln|\cos x| + C$$

$$\int \operatorname{ctg} x\, dx = \ln|\sin x| + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C$$

$$\int \frac{1}{\cos x}dx = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \begin{cases} \arcsin\frac{x}{a} + C \\ -\arccos\frac{x}{a} + C \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \begin{cases} \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C \\ -\frac{1}{a}\operatorname{arcctg}\frac{x}{a} + C \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C$$

При вычислении определенного интеграла следует руководствоваться теоретическими сведениями о свойствах определенного интеграла и знать табличные интегралы.

Примеры:

1. $\int x^2dx = \frac{x^3}{3} + c$

2. $\int 5x^3dx = \frac{5x^4}{4} + c$

3. $\int \frac{dx}{x^2} = \int x^{-2}dx = \frac{-1}{x} + c$

4. $\int (x^4+5)dx = \int x^4dx + \int 5dx = \frac{x^5}{5} + 5x + c$

5. $\int (2\sin x + 3\cos x)dx = -2\cos x + 3\sin x + c$

$$\int_{-1}^{2}(4x+5)dx = \int_{-1}^{2}4xdx + \int_{-1}^{2}5dx =$$

$$= \frac{4x^{1+1}}{1+1}\Big|_{-1}^{2} + 5x\Big|_{-1}^{2} = \frac{4x^2}{2}\Big|_{-1}^{2} + 5x\Big|_{-1}^{2} = 2x^2\Big|_{-1}^{2} + 5x\Big|_{1}^{2} =$$

$$= (2\cdot 2^2 - 2\cdot(-1)^2) + (5\cdot 2 - 5\cdot(-1)) =$$

$$(8-2) + (10+5) = 6 + 15 = 21$$

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx = \left(8x+x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{4} =$$

$$= \left(32+16-\frac{64}{3}\right) - \left(-16+4+\frac{8}{3}\right) = \frac{80}{3} + \frac{28}{3} = 36$$

Контрольные вопросы:

1. Что такое интеграл?

2.Какие бывают интегралы?

3.Что нужно знать при вычислении интеграла?

Вариант 1	Вариант 2		
1) $\int\limits_{-1}^{2} dx;$	3) $\int\limits_{-2}^{5} xdx;$		
5) $\int\limits_{1}^{4}(3-2x)\,dx;$	6) $\int\limits_{0}^{1}(x^2+1)\,dx;$		
32) $\int\limits_{-1}^{1} x^2\,dx;$	2) $\int\limits_{0}^{3} 5dx;$		
18) $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx;$	4) $\int\limits_{0}^{1} x^2\,dx;$		
10) $\int\limits_{2}^{7} \frac{dx}{x^2};$	14) $\int\limits_{2}^{8} \frac{dx}{\sqrt{x}};$		
22) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x};$	23) $\int\limits_{0}^{\pi}(\sin x-3\cos x-x)\,dx;$		
а) $\int\limits_{1}^{3} 2xdx;$	$\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin xdx.$		
б) $\int\limits_{1}^{4}(x^2-6x+9)\,dx;$	б) $\int\limits_{-5}^{1}(x^2+8x+16)\,dx$		