Записываем лекцию (теоретический материал),3 вариант практической работы. Выполняем практическую работу по вариантам. Фотографии лекций и практической работы высылаем на электронную почту: alevtina_sokolov@mail.ru

Урок Правила вычисления первообразной.

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

1) Нахождение первообразной.

2) Определение первообразной, график которой проходит через заданную точку.

3) Решение задач, обратных задаче нахождения закона изменения скорости материальной точки по закону ее движения

Первообразная. Функцию y = F(x) называют *первообразной* для функции y = f(x) на промежутке X, если для x $\in$ X выполняется равенство F’ (x) = f(x).

Таблица первообразных:

Функция f(x)	Первообразная F(x)
$(кx+b)^n, n \neq -1, k \neq 0$	$\frac{(кx+b)^{n^{n+1}}}{n+1}+C$
$\frac{1}{kx+b}, x > 0$	$x+b)+C$
$\cos(k\,x+\mathrm{b}), k \neq 0$	$x+b)+C$
$\sin\,(\mathrm{kx}+\mathrm{b}), k \neq 0$	$x+b)+C$
$e^{kx+b}\ k \neq 0$	$\frac{1}{к}e^{kx+b}+C$

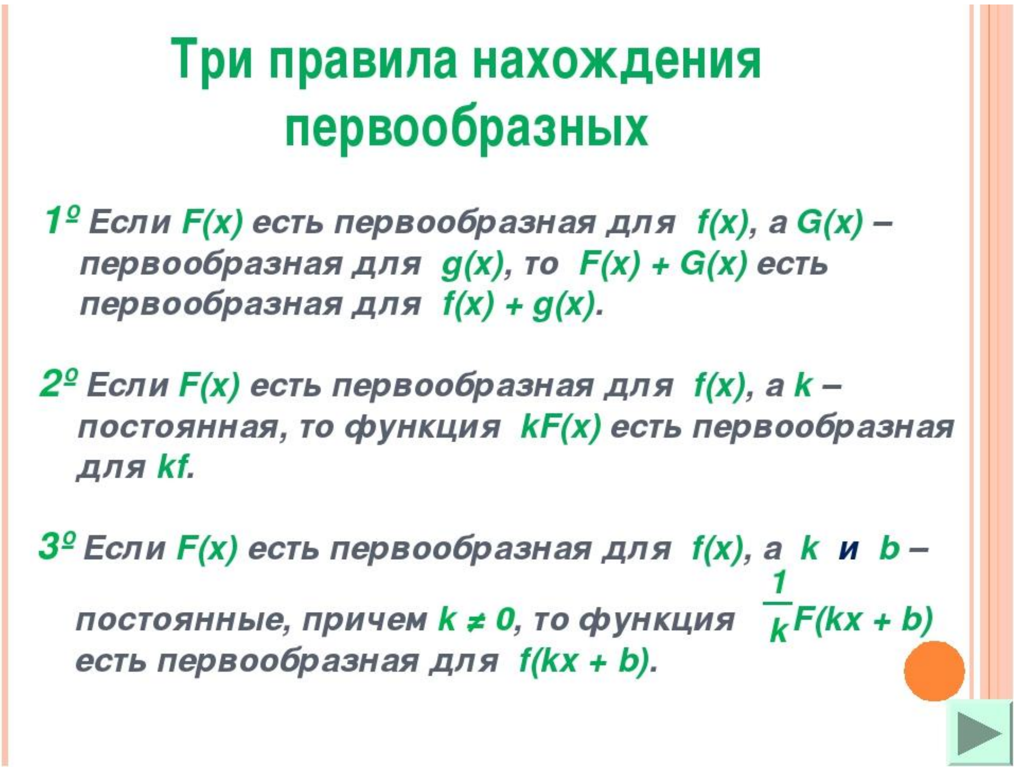
Теоретический материал для самостоятельного изучения

Функцию y = F(x) называют **первообразной** для функции y = f(x) на промежутке X, если для $x \in X$ выполняется равенство F’ (x) = f(x).

1) $\left(F(x)+G(x)\right)' = F'(x)+G'(x)$

2) $\left(aF(x)\right)' = aF'(x)$

3) $\left(F(kx+b)\right)' = kF'(kx+b)$



Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Для функции y = f(x) найдите множество всех первообразных. Выполните проверку. $f(x) = 2\sin x + 3x^3$

Решение:

$f(x) = 2\sin x + 3x^3$

$$F(x) = -2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C$$

Проверка:

Найдем производную функции F(x).

$$F'(x) = \left(-2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C\right)' = 2\sin x + \frac{3}{4}\cdot 4x^3 = 2\sin x + 3x^3$$

F’(x) = f(x)

Ответ: $F(x) = -2\cos x + \frac{3}{4}x^4 + C$

№2. Значение первообразной функции F(x) функции f(x) = 10cosx в точке $x = \frac{\pi}{2}$ равно -4. Найдите $F(-\frac{\pi}{6})$.

Решение. Сначала найдем первообразную

F(x) = 10sinx+ C

Затем подставляя значения точки x, найдем число с

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 10\ sin\, sin\ \frac{\pi}{2} + C$$

$$10\ sin\, sin\ \frac{\pi}{2} + C\ = -4$$

C = -14

Далее получаем уравнение первообразной в этой точке

F(x) = 10sin x – 14

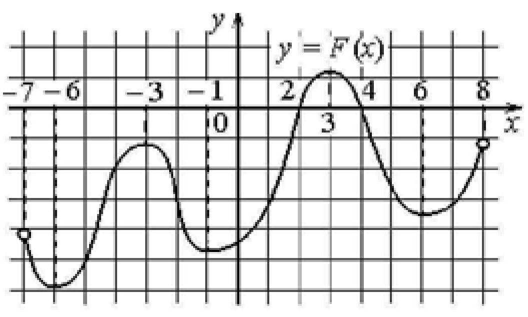
И находим значение первообразной в другой точке

$$F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 10\ sin\, sin\ (-\frac{\pi}{6}) - 14$$

$$F\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -19$$

Ответ: -19

№3. По графику первообразной функции y = F(x) определите числовые промежутки, на которых функция y = f(x) имеет отрицательный знак.



Решение:

Так как F'(x) = f(x)- по определению первообразной, то числовые промежутки, на которых функция f(x) (производная функции F(x)) имеет отрицательный знак – это промежутки убывания функции F(x). Таких промежутков на данном графике 3. Это (-7; -6); (-3; -1); (3;6)

Ответ: (-7; -6); (-3; -1); (3;6)

№4. Значение первообразной функции F(x) функции f(x) = $5x^3$ – $3x^2$ + 7x – 2 в точке x = 0 равно 5. Найдите F(2).

Решение.

1. Найдем множество всех первообразных для данной функции.

$$F(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + C$$

1. Так как в точке x = 0 значение первообразной функции равно 5, то нам необходимо найти такое значение С, для которого выполняется условие F(0) = 5.

Решим уравнение:

$$5 = \frac{5}{4} \cdot 0^4 - 0^3 + \frac{7}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + C$$

1. Из полученного уравнения находим С = 5.

Следовательно, первообразная для функции f(x) = $5x^3$ – $3x^2$ + 7x – 2 при заданном условии F(0) = 5 имеет

вид: $F(x) = \frac{5}{4}x^4 - x^3 + \frac{7}{2}x^2 - 2x + 5$

1. Тогда $F(2) = \frac{5}{4} \cdot 2^4 - 2^3 + \frac{7}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 5$

F(2) = 27

Ответ: 27

Практическая работа № 35-36

Правила вычисление первообразных

Цель : закрепление навыков умения вычислять первообразную функции по правилам вычисления первообразных; развитие логического мышления, памяти, внимания и самостоятельности

Форма работы: решение примеров
Время выполнения: 3ч
Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал и образцы решения примеров
2. Выполнить задания практической работы.

Методические указания

Теоретический материал

Таблица первообразных

Функция f(x)	Первообразная F(x)
$kf(x)$	$kF(x)$
$f(x)+g(x)$	$F(x)+G(x)$
k (постоянная)	kx
x^n ($n \in Z$, $n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\mathrm{tg}\, x$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\mathrm{ctg}\, x$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$

Три правила нахождения первообразных

1. Если F есть первообразная для f(x), а G – первообразная g(x), то F+G есть первообразная для f+g.

Пример 1: Найти общий вид первообразных для функции $f(x)= x^3 + \cos x$, то $F(x) = \frac{x^4}{4} + \sin x + C$

2. Если F есть первообразная для f(x), а k – постоянная, то kF есть первообразная для kf(x).

Пример 2: Найти общий вид первообразных для функции $f(x)= 3 \sin x$, то $F(x) = 3\cdot (-\cos x) + C = -3\cos x + C$

3. Если F(x) есть первообразная для f(x), а k и b – постоянные, причем то $\frac{1}{k}F(kx+b)$ есть первообразная для f(kx+b)

Пример 3: Найти общий вид первообразных для функции $f(x)=\sin (3x-2)$, то $F(x)= -\frac{1}{3}\cos(3x-2)+C$

Пример .
Найти первообразную функции
а) $f(x) = x^4 + 3x^2 + 5$
Решение: Используя таблицу и правила нахождения первообразных,получим:
$$F(x) = \frac{x^5}{5} + 3\frac{x^3}{3} + 5x + C = \frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$$
Ответ**:** $\frac{x^5}{5} + x^3 + 5x + C$

б) $f(x) = \sin(3x - 2)$
Решение:
$$F(x) = \frac{1}{3}(-\cos(3x-2)) + C = -\frac{1}{3}\cos(3x-2) + C$$
Ответ: $-\frac{1}{3}\cos(3x-2) + C$

Задания практической работы:

Разбираю 3 вариант как образец выплнения!

Вариант 3

1. Найдите первообразную для следующих функций:
   А) f(x) = - 0,45;
   Б) f(x) = x^{10};
   В) f(x) = $\frac{1}{x^7}$;
   Г) f(x) = 4 + $2x^6 + x^2$;
   Д) f(x) = $\frac{1}{\sin^2 x} - \sqrt{7}$;
   Е) f(x) = $(5x-6)^3$;
   Ж) f(x) = $\cos(\frac{\pi}{6} - 5x)$.

2. Найдите первообразную для следующих функций, проходящую через точку М:
   А) f(x) = x - 9x^2 + 4, М(-4; -20);
   Б) f(x) = 4 $\sin x$, М($\frac{\pi}{3}$; 7).

Решение:

Вар №3

№1

а) $f(x) = -0,42$

$F(x) = -0,42x + C$

б) $f(x) = x^{10}$

$F(x) = \frac{x^{10+1}}{10+1} = \frac{x^{11}}{11} + C$

в) $f(x) = \frac{1}{x^7} = x^{-7}$

$F(x) = \frac{x^{-7+1}}{-7+1} = \frac{x^{-6}}{-6} = -\frac{1}{6x^6} + C$

г) $f(x) = 4 + 2x^6 + x^2$ по 1 правилу

$F(x) = 4 \cdot x + 2\frac{x^{6+1}}{6+1} + \frac{x^{2+1}}{2+1} =$

$= 4x + 2\frac{x^7}{7} + \frac{x^3}{3} + C$

д) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} - \sqrt{7}$

$F(x) = -\operatorname{ctg} x - \sqrt{7} \cdot x + C$

е) $f(x) = (\boxed{4}x - 5)^2$ 3 правило

$F(x) = \frac{(4x-5)^{2+1}}{2+1} \cdot \frac{1}{4} = (\frac{4x-5)^3}{3} \cdot \frac{1}{4} =$

$= (\frac{4x-5)^3}{12} + C$

ж) $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2} \boxed{-6}x)$

$F(x) = -\cos(\frac{\pi}{2} - 6x) \cdot (-\frac{1}{6}) =$

$= \frac{1}{6}\cos(\frac{\pi}{2} - 6x) + C$

№2 а) $f(x) = x - 9x^2 + 4$ $M(\overset{x}{-4}; \overset{y}{-20})$

$F(x) = \frac{x^2}{2} - 9\frac{x^3}{3} + 4x + C$

$\frac{(-4)^2}{2} - 9\frac{(-4)^3}{3} + 4(-4) + C = -20$

$8 + 192 - 16 + C = -20$

Находим C:

$C = -20 - 8 - 192 + 16$

$C = -204$

Ответ: $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{9x^3}{3} + 4x - 204$

б) $f(x) = 4\sin x$ $\quad M(\overset{x}{\frac{\pi}{3}}; \overset{y}{7})$

$F(x) = -4\cos x + C$

$-4\cos\frac{\pi}{3} + C = 7$

$-4 \cdot \frac{1}{2} + C = 7$

$-2 + C = 7$

$C = 7 + 2 = 9$

Ответ: $F(x) = -4\cos x + 9$

На оценку 3выполняете 1 вариант, на оценку 4-5 надо выполнить 2 вариант

Самостоятельная работа по теме «Первообразная» **Вариант 1** 1. Найдите первообразную для следующих функций: А) f(x) = $\sqrt{3}$; Б) f(x) = x^8; В) f(x) = $\frac{1}{x^5}$; Г) f(x) = 2 - $x^4 + 3x^7$; Д) f(x) = $\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{3}$; Е) f(x) = $(4x-5)^2$;	Самостоятельная работа по теме «Первообразная» **Вариант 2** 1. Найдите первообразную для следующих функций: А) f(x) =$\frac{1}{7}$; Б) f(x) = x^9; В) f(x) = $\frac{1}{x^6}$; Г) f(x) = $x^5 + 8x^3 - \sqrt{5}$; Д) f(x) = 4 + $\sin x$; Е) f(x) = $(2-7x)^4$;

Ж) f(x) = $\sin(\frac{\pi}{2} - 6x)$. 2. Найдите первообразную для следующих функций, проходящую через точку М: А) f(x) = $3x^2$ - $8x^3$ +5, М(-2; 10); Б) f(x) = -8 $\cos x$, М($\frac{\pi}{6}$; 5).	Ж) f(x) = $\frac{1}{\sin^2(4x-\frac{\pi}{3})}$. 2. Найдите первообразную для следующих функций, проходящую через точку М: А) f(x) = $4x^3$ + 10x -9, М(3; 15); Б) f(x) = $\frac{6}{\cos^2 x}$, М($\frac{\pi}{4}$; -7).