Урок 64-65 на 26 мая 2020г.

Записываем конспект, фотографии работы отправляем на электронную почту: alevtina_sokolov@mail.ru

Конспект урока **«Производная и её применение»**

I. **Организационный момент.**

II. **Активизация знаний учащихся.** На одном из первых уроков изучения производной вы мне задали вопрос:

Мы изучили производную. А так ли это важно в жизни? Применяется ли производная в различных областях науки?

Постараемся ответить на этот вопрос сегодня на уроке.

А чтобы у вас была путеводная звезда, к которой бы вы шли, я выдвинула ***гипотезу*** /читаю гипотезу, /

«Дифференциальное исчисление - это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники».

1 «Корзинка правил» Вспомним правила нахождения производных. Н*еобходимо заполнить пустые места в равенствах, записанных на доске*)

2 учащихся выходят к доске

$(U*V)^{!}$ =…… …..= $(U^{!}V - V^{!}U)/V^{2}$ $(kx+b)^{!}$=

$(C*U)^{!}$ = ... $(U + V)^{!}$ =……. …=$f^{1}(g(x))*g^{1}(x)$

Прежде чем приступить к повторению основных направлений применения производной, проверим нашу готовность к вычислению производных.

2. «Найди соответствие»

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж

Учитель: Укажите соответствие

между функцией и её производной: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца. В таблице под каждой буквой, укажите номер её возможного значения. Ответ записать числом

№	Функция f(x)		Производная $f'(x)$
А.	k	1	nx^{n-1}
Б.	x^n	2	0
В.	$\sqrt{x}$	3	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
Г.	$sin\ x$	4	$-\frac{1}{x^{\frac{2}{}}}$
Д.	$cos\ x$	5	- sin x
Е.	$tg\ x$	6	cos x
Ж.	$\frac{1}{x}$	7	$\frac{1}{\cos^2 x}$

Проверяем: **2 136 574**

«Значение производной в точке» Предлагаю, вам задание, выполнив которое вы узнаете, как И.Ньютон называл производную функции.

С	$f(x) = x^2 + 2x^3$	$f'(1) - ?$
Я	f(x) = 2 cosx	$f^{\prime}(-\pi/3)$ -?
Ю	$f(x) = (2+6x)^2$	$f^1(\frac{1}{6}) - ?$
Ф	$g(x) = \sqrt{x}$	$g'(4) - ?$
К	f (x) = (x-3)(2x +5)	$f'(1)$?
И	f (x) =3 – sin 2 x	f^1 (π/2) -?
Л	f (x) = $(2x+3)^{12}$	$f^{\prime}$ (-2) -?

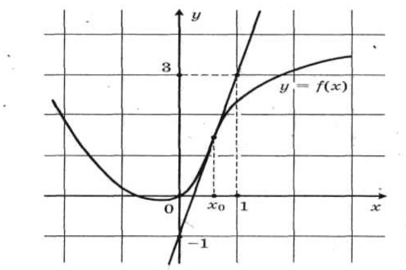
$\frac{1}{4}$	**- 12**	**36**	**3**	**8**	**2**	$\sqrt{3}$

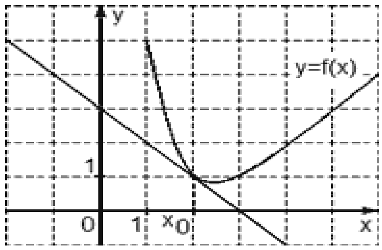
3.Геометрический смысл производной

В чем заключается геометрический смысл производной? Производная функции $y = f(x)$, вычисленная при заданном значении x, равна тангенсу угла, образованного положительным направлением оси Ox и положительным направлением касательной, проведенной к графику этой функции в точке с абсциссой x: $f'(x) = \mathrm{tg}\alpha$ и Геометрический смысл: $k = f^1(x)$

__**Учитель:**__ Теперь поработаем с графиками:

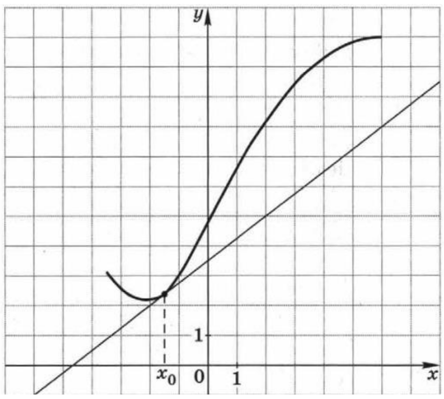
а) На рисунке изображен график функции *y* = *f* (x) и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x) в* точке x_0





Ответ: 4.

Ответ: -1.



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0.

Выберите верное утверждение.

1) Угловой коэффициент касательной больше 1.
2) Угловой коэффициент касательной меньше 1.

Ответ: 2)

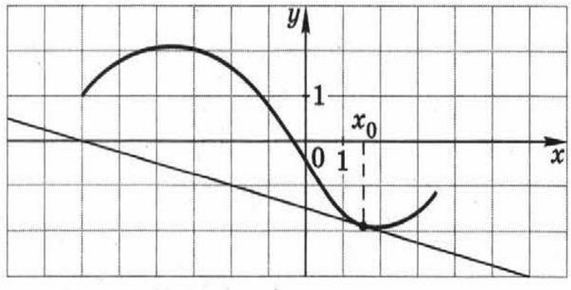
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0.

Выберите верное утверждение.

1) Угловой коэффициент касательной положителен.

2) Угловой коэффициент касательной отрицателен.

3) Угловой коэффициент касательной равен 0.



Ответ: 2)

4. Физический смысл производной.

<u>Учитель:</u> Что вам необходимо знать о производной, чтобы решить данную задачу? Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = 6t^2 - 48t + 17$, где s(t) — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени t = 9с.

Ответ учащихся: Необходимо знать физический смысл производной: *скорость движения материальной точки в данный момент времени равна производной пути по времени.* $v(t) = s'(t)$

<u>Учитель:</u> вызвать желающего решить к доске.

Решение.

1. Найдем производную функции $s(t)=6t^2 - 48t + 17$:

$s^1(t) = 12t - 48$

2. Найдем значение производной в точке t = 9: $s^1(9)=12*9 - 48=60$

Ответ: 60 м/с.

<u>Учитель:</u> Давайте вспомним, что характеризует производная в физике? **Учащиеся:** В физике производная характеризует скорость прямолинейного движения.

III. Применение знаний и умений в новой ситуации.

<u>1.</u> а в каких науках вы ещё можете встретить задачи на скорость?

Учащиеся: на *уроке химии – скорость химической реакции.*

Вопрос: Какое определение в химии вы даете скорости химической реакции? И как это записать?

Учащиеся: *Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Если C=C(t),где C-концентрация некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию в момент времени t. Отношение приращения* ***ΔC/Δt-*** *есть средняя скорость химической реакции* ***за промежуток времени Δt.***

<u>Учитель:</u> А как записываете? ***(ΔC/Δt)***

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta C}{\Delta t} = C^1(t)$$

На языке математики концентрация – это функция, а время – аргумент.

Скорость химической реакции *v(t) = C'(t) производной концентрации вещества, вступившего в химическую реакцию*.

Учитель: *Какой вывод можно сделать? Мы с вами вывели химический смысл производной, теперь решая химические задачи на нахождение скорости химической реакции вы будете использовать производную. Давайте попробуем решить* ***задачу: (слайд)*** Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается зависимостью: $C(t) = t^2/2 + 3t - 3$ (моль). Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Решение:

v (t) = C'(t); *v (t) = t + 3;* *v (3) = 3+3 = 6.* ***Ответ:*** *6 моль/с.*

Учитель: С точки зрения химиков важно изучать скорость химической реакции?

Ученики: Скорость химической реакции –важна химикам, разрабатывающим препараты для медицины и сельского хозяйства, а также врачам и агрономам, использующим эти препараты для лечения людей и для внесения их в почву. Одни реакции проходят практически мгновенно, другие идут очень медленно.

Учитель: Сделайте вывод «Производная, всемогущая?»

Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники».

Урок 66-67

«Признак возрастания и убывания функции»

Читаем: Математика изучает математические модели. Одной из главнейших математических моделей является функция. Существуют разные способы описания функций. Какой самый наглядный?

– Графический.

– Как построить график?

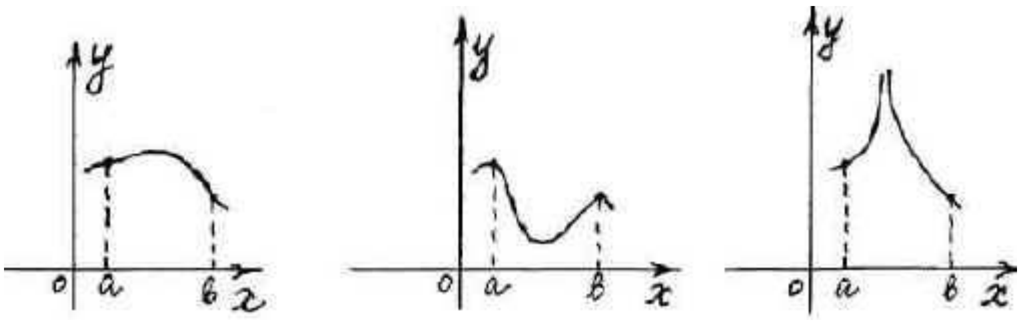
– По точкам.

Этот способ подойдет, если заранее известно, как примерно выглядит график. Например, что является графиком квадратичной функции, линейной функции, обратной пропорциональности, функции $y = \sin x$? Демонстрируются соответствующие формулы, учащиеся называют кривые, являющиеся графиками. (Стр 2)

А что если требуется построить график функции $y = \frac{6|x-1|}{\sqrt{x^3+3x}}$ или еще более сложной? Можно найти несколько точек, но как ведет себя функция между этими точками? (стр 3)

Поставить на доске две точки, попросить учеников показать, как может выглядеть график “между ними”:

Выяснить, как ведет себя функция, помогает ее производная. (стр 4)



Выход на тему и цель урока

ПИШЕМ:

I. Исследовательская работа

Сегодня на уроке мы рассмотрим небольшой элемент работы изучения процесса, исследование одного из свойств функции - **определение промежутков монотонности**

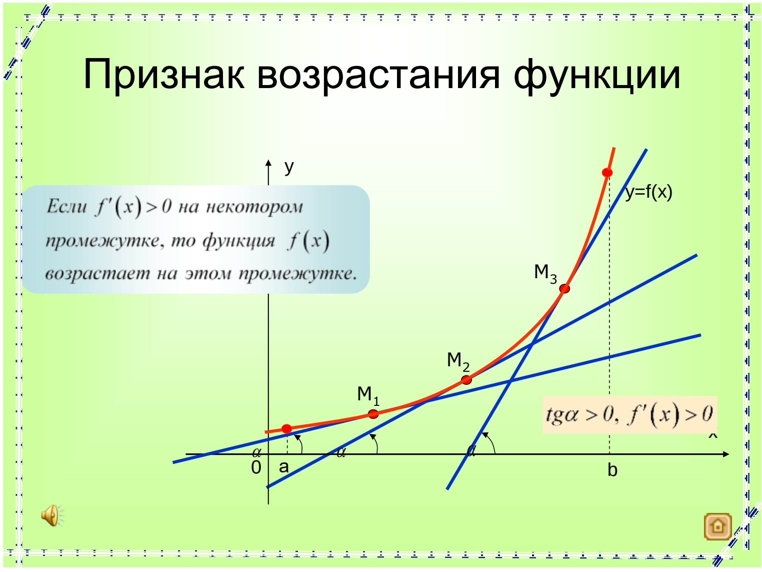
Итак, запишем тему сегодняшнего урока: **Признаки возрастания и убывания функции.**

IV. Изучение нового материала

Демонстрация новой темы

Признаки возрастания и убывания функции:

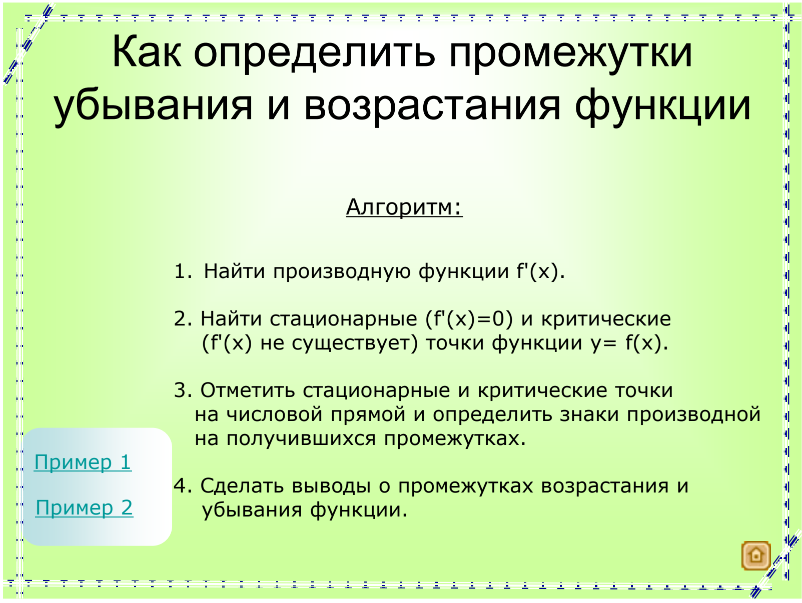
Если производная данной функции положительна для всех значений х в интервале (a; $в$), т.е.$f'(x) > 0$, то функция в этом интервале возрастает.

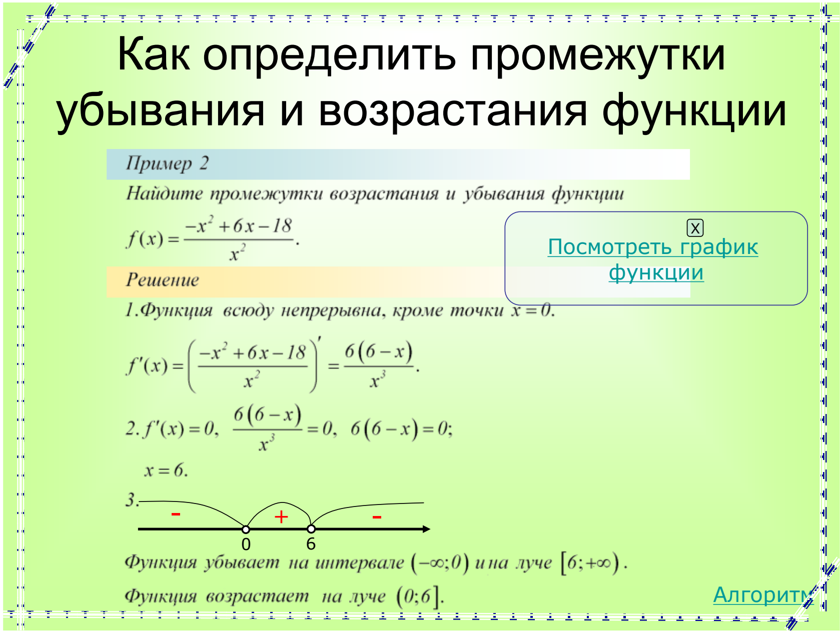


Если производная данной функции отрицательна для всех значений x в интервале(a; $в$), т.е.$f'(x) < 0$, то функция в этом интервале убывает

.

Порядок нахождения промежутков монотонности:





Рассмотрим несколько примеров исследования функции на возрастание и убывание.

Учащимся раздается шаблон решения примера

1. Найти Д(f). 2. Найти f'(x). 3. Найти стационарные точки, т.е. точки, где f'(x) = 0 или f'(x) не существует. (Производная равна 0 в нулях числителя, производная не существует в нулях знаменателя) 4. Расположить Д(f) и эти точки на координатной прямой. 5. Определить знаки производной на каждом из интервалов 6. Применить признаки. 7. Записать ответ.	$y=x^3-3x^2$ 1. Д(y) = R,т.к. многочлен. 2. $f'(x)=3x^2-6x$. 3. $f'(x)=0$: $f'(x)$не существует: $3x^2-6x=0$, таких x нет. $3x(x-2)=0$, $3x=0, x-2=0$, $x=0, x=2$. 4. $f'(x)$ + − + 0 2 x ↗ ↘ ↗ 5. $f'(-1)=3(-1)^2-6(-1)=3+6=9$ + $f'(1)=3\cdot1^2-6\cdot1=3-6=-3$ − $f'(3)=3\cdot3^2-6\cdot3=27-18=9$ + 6. $f'(x)>0$, т.е. + ↗ $f'(x)<0$, т.е. − ↘ Ответ. Возрастает на $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ Убывает на (0;2).

Тема урока: Критические точки функции, ее максимумы и минимумы

3. Объяснение нового материала

1. Определение критических точек функции.
2. Теорема Ферма (необходимое условие экстремума).
3. Признак максимума функции, признак минимума функции (достатчное условие существования экстремума в точке).
4. Записать *правило исследования функции y=f(x) на экстремум:*

   а)найти область определения функции;

   б)найти производную f '(x);

   в)найти точки, в которых выполняется равенство f '(x) =0;

г)найти точки, в которых $f'(x)$ не существует;

д)отметить на координатной прямой все критические точки и область определения функции $y=f(x)$; получатся промежутки области определения функции, на каждом из которых производная функции $y= f(x)$ сохраняет постоянный знак;

е)определить знак y' на каждом из промежутков, полученных в п. (д);

ж)сделать выводы о наличии или отсутствии экстремума в каждой из критических точек в соответствии с достаточным условием экстремума.

ПРИМЕР:. Исследовать на экстремум функцию $y= 2x^3 -15x^2+36x+1$

Решение:

а) $D(y) =R$;

б) $y'= 6x^2-30x+36$;

в)из уравнения $6x^2-30x+36=0$ находим $x_1=2$, $x_2=3$;

г) y' существует при всех x;

д)отметим точки $x_1=2$, $x_2=3$ на координатной прямой:

е)$y' = 6(x-2)(x-3)$. Знаки производной на полученных промежутках отмечены на рисунке;

ж)при переходе через точку $x=2$ слева направо производная y' меняет знак с «+» на «-», значит $x=2$- точка максимума; при переходе через точку $x=3$ производная y' меняет знак с «-» на «+», значит, $x=3$- точка минимума. В точке $x=2$ имеем $y_{max}=29$; в точке $x=3$ имеем $y_{min}=28$.

Вариант 1. Определите точки экстремума функции $g(x)= 1/3\ x^3-x$.

План решения:

1) Найдите производную функции g.
2) Определите критические точки функции (т.е. решите уравнение $g'(x) =0$ и найдите точки, если такие есть, в которых производная не существует).
3) Установите знак производной в каждом из промежутков, на которые критические точки делят область определения функции.

Помните: а) x_0- точка максимума, если g непрерывна в точке x_0; $g'(x) >0$ на интервале $(a; x_0)$ и $g'(x) <0$ на интервале $(x_0; b)$, где $a<b$;

б) x_0 — точка минимума, если g непрерывна в точке x_0, $g'(x)<0$ на интервале $(a;x_0)$ и $g'(x)> 0$ на интервале $(x_0;b)$, где $a<b$.

4) Запишите ответ.

Вариант 2. Найдите точки экстремума функции $y=(x-2)^2$.

План решения:

1) Найдите производную функции.
2) Определите критические точки функции (т.е. решите уравнение $y'=0$ и найдите точки, если такие есть, в которых производная не существует).
3) Установите знак производной в окрестности критической точки.
4) Для каждой из критических точек проверьте выполнение достаточных условий точек максимума и минимума.
5) Запишите ответ.