16 июня 2020г.

Записываете к себе в тетрадь пр. работу №40, в практической работе №41 записываете пример, разбираете его и выполняете практические задания в виде теста. Ваш ответ должен выглядеть:

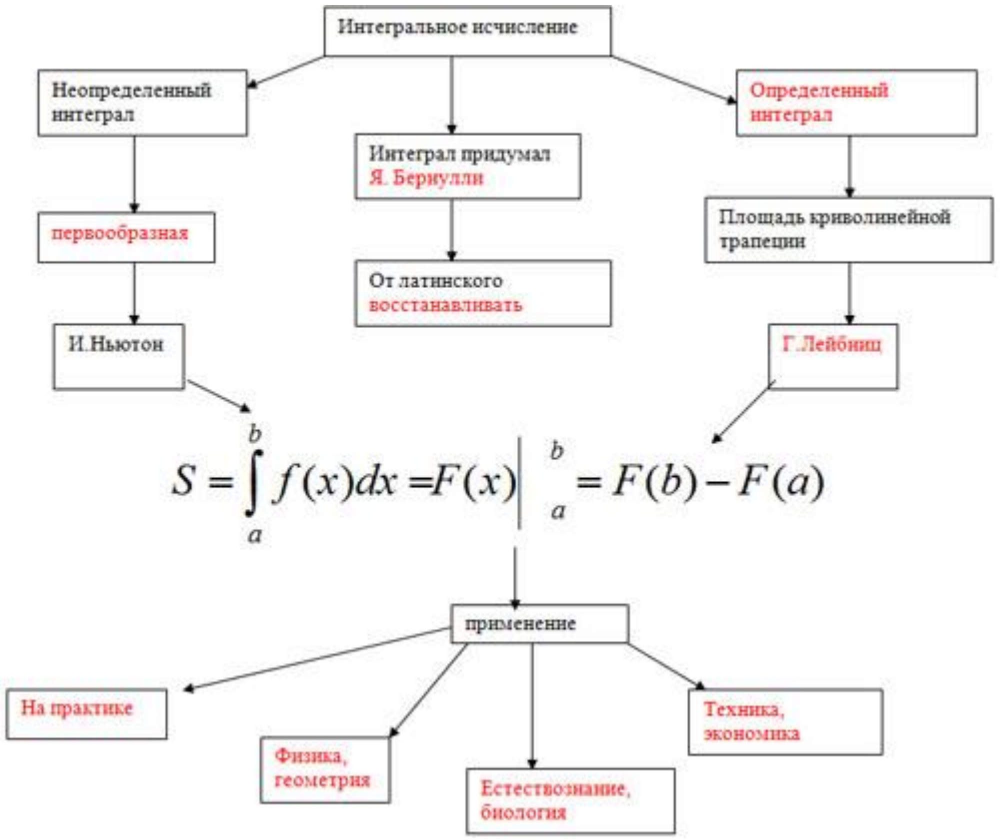
1- А
2- В и так далее

Ответы практических работ (фотографии) высылаем на электронную почту: alevtina_sokolov@mail.ru

Практическая работа №40

Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла по готовым чертежам

Ход урока



III. Изучение нового материала.

Тема нашего урока: “Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла”.

Задание. Найдите выход из запутанного положения и запишите определение.

IV Вычисление объемов.

При помощи определенного интеграла можно вычислить объем того или иного тела, в частности, тела вращения.

Телом вращения называется тело, полученное вращением криволинейной трапеции вокруг ее основания (рис. 1, 2)

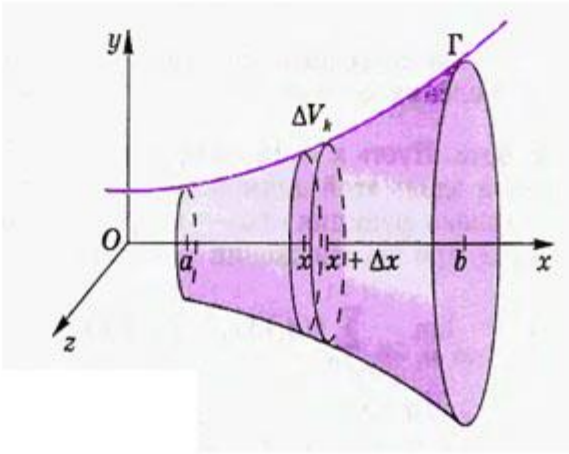


Рис.1

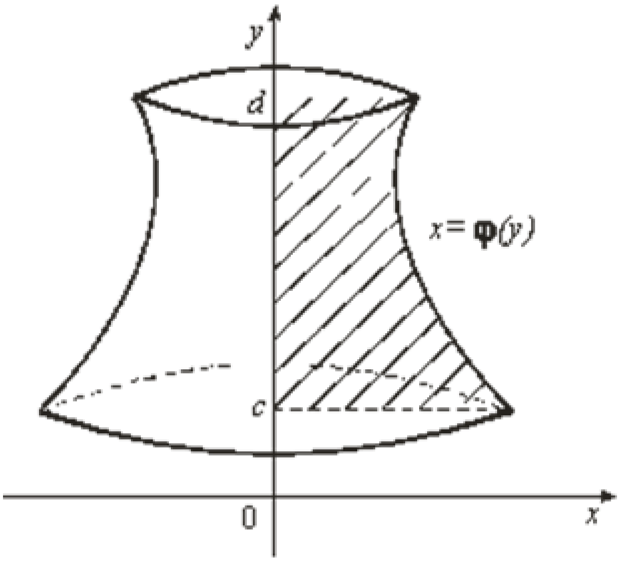


рис.2

Объем тела вращения вычисляется по одной из формул:

1. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОХ.**

2. $V = \pi \int_a^b [\phi(y)]^2 dy$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОУ.**

Студенты записывают основные формулы в тетрадь..

– Преподаватель объясняет решение примеров на доске.

1. Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси ординат криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $x^2 + y^2 = 64, y = -5, y = 5, x = 0.$

Решение.

$$V = \pi \int_{-5}^{5} \left(64 - y^2\right) dy = \pi \left(64y - \frac{y^3}{3}\right)\Bigg|_{-5}^{5} = 556\frac{2}{3}\pi \approx 1163 см^3$$

Ответ : 1163 cm^3.

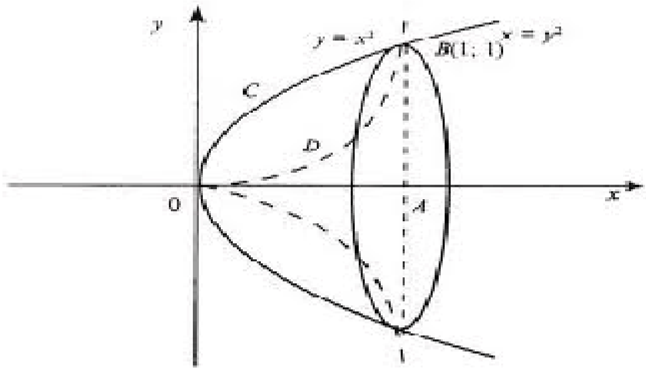
2. Найти объем тела, получаемого вращением параболической трапеции, вокруг оси абсцисс $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.

Решение .

$$V=\pi\int_0^4\left(\sqrt{x}\right)^2dx=\pi\int_0^4 xdx=\pi\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^4=8\pi\ (куб.ед)$$

Вычислить объем тела, образованного вращением лепестка, вокруг оси абсцисс $y = x^2$, $y^2 = x$.

Решение:



Построим графики функции. $y = x^2$, $y^2 = x$. График $y^2 = x$ преобразуем к виду $y = \sqrt{x}$.

Имеем $V = V_1 - V_2$ Вычислим объем каждой функции:

$$V_1=\pi\int_0^1 xdx=\pi\cdot\frac{x^2}{2}\Big|_0^1=\frac{\pi}{2}$$

$$V_2=\pi\int_0^1 x^4dx=\pi\cdot\frac{x^5}{5}\Big|_0^1=\frac{\pi}{5}$$

$$V=V_1-V_2=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}=0{,}3\pi$$

Практическая работа № 41

Вычисление объёма

Цель : закрепление навыков умения вычислять объёмы при помощи интеграла развитие логического мышления, памяти, внимания и самостоятельности;

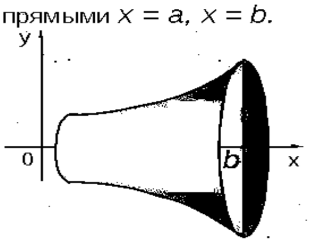
Форма работы: решение примеров
Время выполнения: 2ч
Контроль выполнения: проверка тетради
Порядок выполнения работы:
1. Повторить теоретический материал и изучить образцы решения примеров
2. Выполнить задания практической работы.

Методические указания

Теоретический материал

Вычисление объема тела вращения

Пусть вокруг оси OX вращается криволинейная трапеция, ограниченная непрерывной линией $y = f(x) > 0$, отрезком [a; b] и прямыми $x = a$, $x = b$.



Полученная при вращении фигура называется ***телом вращения***. Объем полученного тела вычисляется по формуле:

$$\boxed{V_x = \pi\int_a^b y^2 dx}$$

Если криволинейная трапеция, ограниченная графиком функции $x = q(y) > 0$, прямыми $y = c$, $y = d$ и осью OY, то объем тела, образованного вращением этой фигуры вокруг оси OY равен:

$$\boxed{V_y = \pi\int_c^d x^2 dy}$$

Пример:

Фигура, заштрихованная на рис. 176 вращается вокруг оси *ox*. Найти объем полученного тела (рис. 3).

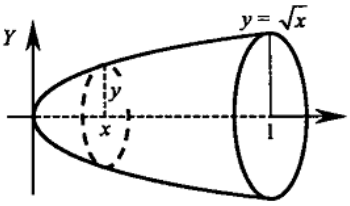


Рис. 3

Решение: $V = \int_0^1 S(x)\cdot dx$, $S(x) = \pi y^2(x)$. $y = \sqrt{x}$. $S(x) = \pi(\sqrt{x})^2 = \pi x$,

$$V = \int_0^1 \pi x \cdot dx = \pi \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 = \ = \frac{\pi\cdot 1}{2} - 0 = \frac{\pi}{2}. \ (\textit{Ответ}: V = \frac{\pi}{2}.)$$

Контрольные вопросы:

1. Какая фигура получится путём вращения криволинейной трапеции вокруг одной из осей?

2. Как найти объём такой фигуры?

Задания практической работы:

1. Вычислить $\int_1^2 \frac{7}{5}x^2 dx$

А) $-\frac{49}{15}$

Б) 0

В) $\frac{49}{15}$

2. Совокупность всех первообразных от данной функции называется

А) неопределенным интегралом,

Б) функцией,

В) дифференциацией.

3. Вычислить $\int (1+x)^2 dx =$

А) $x + x^2 + \frac{x^3}{3} + c$

Б) $x + x^2 + c$

В) $x - x^2 - \frac{x^3}{3} + c$

4. Вычислить $\int 2^x dx =$

А) $\frac{2^x}{\ln 2} + c$

Б) $2^x \cdot \ln 2 + c$

В) $\frac{2^x}{\ln 2}$

5. Вычислить $\int \sin 2x dx =$

А) $-\frac{1}{2}\cos 2x + c$

Б) $\frac{1}{2}\cos 2x + c$

В) $-2\cos 2x + c$

6. Вычислить $\int_0^1 \frac{3x^3 - 2x^2 + 5x}{x} dx =$

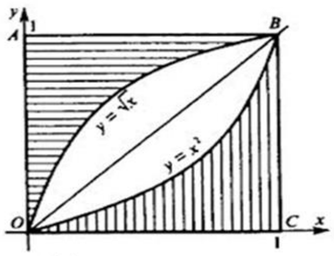
А) -5
Б) 5
В) 7

7. Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

$y = \sqrt{x}, \quad y = 0, x = 4$

А) 8
Б) -8
В) 16

8. Вычислите площадь по рисунку



А) 1

Б) $\frac{1}{3}$

В) $-\frac{1}{3}$