20-21 апреля

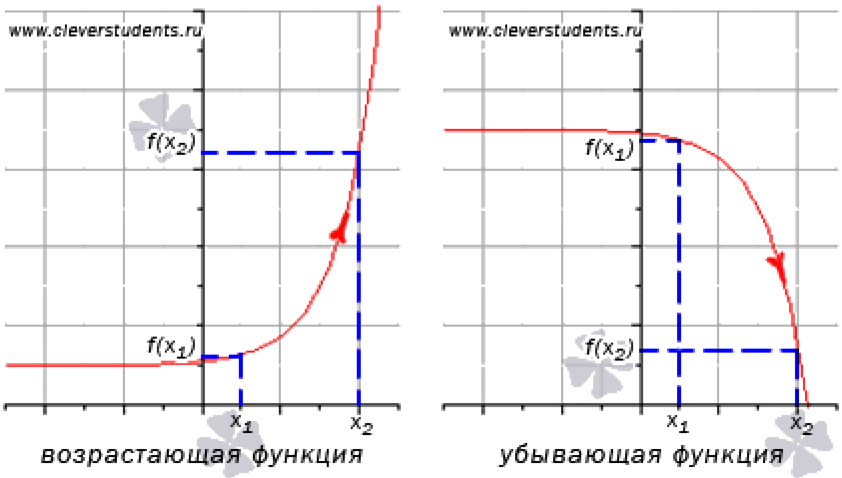
Тема: Возрастание и убывание функции на интервале.

Определение возрастающей функции.

Функция *y=f(x)* возрастает на интервале *X*, если для любых $x_1 \in X$ и $x_2 \in X, \quad x_2 > x_1$ выполняется неравенство $f(x_2) > f(x_1)$. Другими словами – большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

Определение убывающей функции.

Функция *y=f(x)* убывает на интервале *X*, если для любых $x_1 \in X$ и $x_2 \in X, \quad x_2 > x_1$ выполняется неравенство $f(x_2) < f(x_1)$. Другими словами – большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.



ЗАМЕЧАНИЕ: если функция определена и непрерывна в концах интервала возрастания или убывания *(a;b)*, то есть при *x=a* и *x=b*, то эти точки включаются в промежуток возрастания или убывания. Это не противоречит определениям возрастающей и убывающей функции на промежутке *X*.

К примеру, из свойств основных элементарных функций мы знаем, что *y=sinx* определена и непрерывна для всех действительных значений аргумента. Поэтому, из возрастания функции синуса на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ мы можем утверждать о возрастании на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

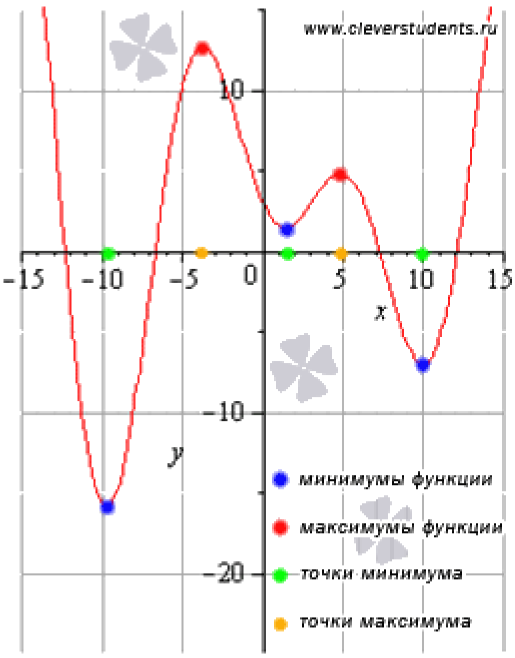
Точки экстремума, экстремумы функции.

Точку x_0 называют **точкой максимума** функции *y=f(x)*, если для всех *x* из ее окрестности справедливо неравенство $f(x_0) \geq f(x)$. Значение функции в точке максимума называют **максимумом функции** и обозначают $y_{\max}$.

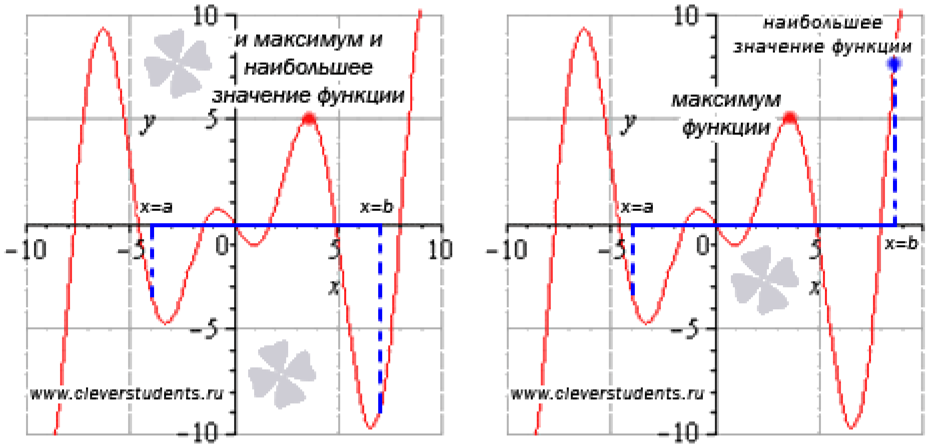
Точку x_0 называют **точкой минимума** функции *y=f(x)*, если для всех *x* из ее окрестности справедливо неравенство $f(x_0) \leq f(x)$. Значение функции в точке минимума называют **минимумом функции** и обозначают $y_{\min}$.

Под окрестностью точки x_0 понимают интервал $(x_0 - \varepsilon; x_0 + \varepsilon)$, где ε - достаточно малое положительное число.

Точки минимума и максимума называют **точками экстремума**, а значения функции, соответствующие точкам экстремума, называют **экстремумами функции**.



Не путайте экстремумы функции с наибольшим и наименьшим значением функции.



На первом рисунке наибольшее значение функции на отрезке *[a;b]* достигается в точке максимума и равно максимуму функции, а на втором рисунке – наибольшее значение функции достигается в точке *x=b*, которая не является точкой максимума.

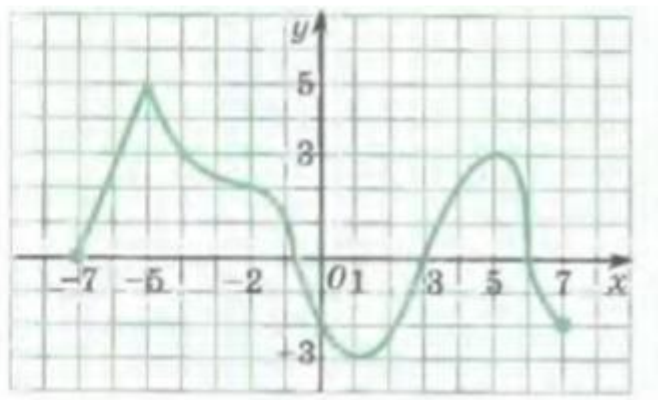
77.— Для функций, графики которых изображены на рисунке 48, *а—г*, найдите:

а) промежутки возрастания и убывания функции;

б) точки максимума и минимума функции;

в) экстремумы функции.

№77 <u>1 картинка, РИСУЕМ</u>



а)

Чтобы ответить на первый вопрос, смотрим возрастание и убывание функции по оси ОХ (график ползет вверх. Значит возрастает: от -7 и до-5, потом от 1 до 5.

А)Функция возрастает на промежутке:[-7; -5) U(1;5), а убывает (-5;1)U(5;7]

Чтобы ответить на Б) Смотрим пики гор (это максимум) и впадины (минимум) по оси X!!!

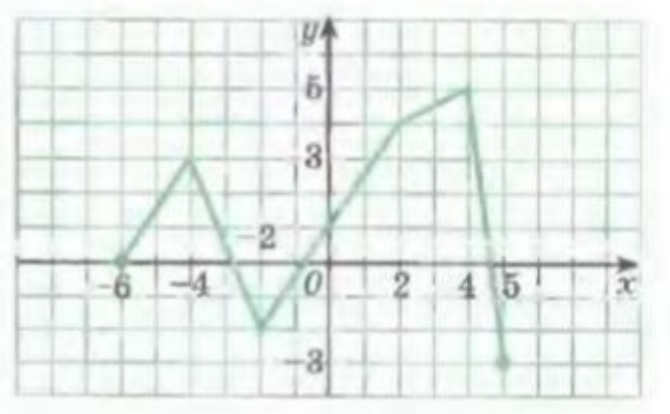
Б) максимум: x=-5 и x-5. Минимум в точке x=1

Чтобы ответить на В) Экстремум функции, надо найти высоту точек максимумов и минимуимов

В) $У_{max}$=-5, $У_{max}$=3, Y_{min}=-3

<u>2 картинка . Выполнить самостоятельно!!!</u>

Нарисовать рисунок, и провести исследование по трем пунктам. Ответ прислать на электронную почту: alevtina_sokolov@mail.ru



б)

23 апреля

Тема: Исследование функций и построение графиков

1 Лекцию записать.

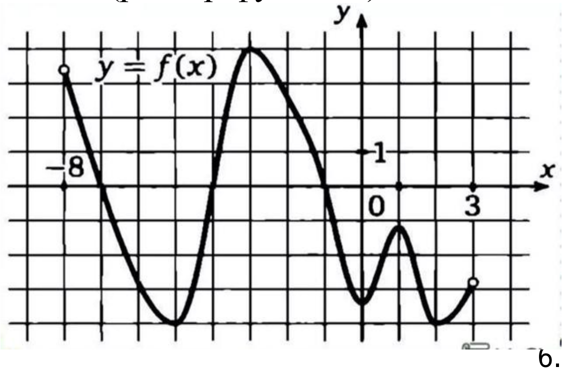
2 Выполнить сам. Работу и отправить ее на электронную почту: alevtina_sokolov@mail.ru

Вот схема, которая нам поможет выполнять построение и чтение графиков. (поговорить о схеме)

1. **Найти область определения функции.**
2. **Найти область значений функции.**
3. **Определить чётность или нечётность функции, периодичность.**
4. **Найти координаты точек пересечения графика с осями координат. Нули функции.**
5. **Найти промежутки знакопостоянства функции.**
6. **Определить промежутки возрастания или убывания функции.**
7. **Найти точки экстремума функции (максимум или минимум) и значения функции в этих точках.**
8. **Построить график функции.**

И так первым пунктом у нас идет Область определения функции. Как вы будете находить ее? (Это такие значения независимой переменной при которых функция имеет смысл) Вторым пунктом идет область значения функции. Ее как найдете? (Это значения зависимой переменной в котором определена функция) Ребята, а знаете ли вы какую-нибудь периодическую функцию? Кто может привести пример? (синусоида, косинусоида). Остальные все свойства мы уже повторили.

Сейчас мы с вами вместе разберем один график какой-нибудь функции по этой схеме. (разбор функции)



D(f) (-8;3)

E(f) [-4;4]

Ни четная и ни нечетная, не периодическая

Нули функции -7;-4;-1.

Промежутки знакопостоянства положительные (-8;-7),(-4;-1) отрицательные (-7;-4),(-1;3)

6. Убывает функция (-8;-5), (-3;0), (1;2) Возрастает (-5;-3), (0;1), (2;3)
7. Экстремумы функции max -3, 1 min -5, 0, 2

Задание: Провести по общей схеме исследования каждой из функций и постройте ее график.

№95 (а,б) Обьясняю.

Проведите по общей схеме исследование каждой из функций и постройте ее график (95—99).

95. а) $f(x) = 5 - 2x$; б) $f(x) = 3 - 2x - x^2$;

в) $f(x) = 3x - 2$; г) $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

№95 (а, б)

а) $f(x) = 5 - 2x$

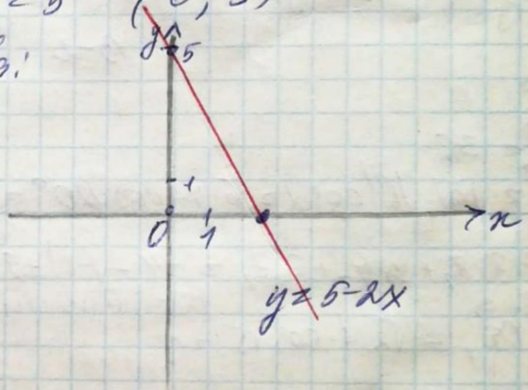
1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$

2) $f(-x) = 5 - 2\cdot(-x) = 5 + 2x \neq f(x)$
$-(-5-2x) \neq -f(x)$ } функция не яв… чётной и не яв… нечётной ⇒ ф-ция общего вида

3) Точки пересечения с осями коор-т:

а) Ox; $y = 0$ ⇒ $5 - 2x = 0$
$-2x = -5$
$x = 2{,}5$ $(2{,}5; 0)$

б) Oy: $x = 0$ $y = 5 - 2\cdot 0 = 5$ $(0; 5)$



4) Промежутки знакопост-ва:
Ф-ция располагается
выше Ox: $[0; +\infty)$
ниже Ox $(-\infty; 0)$

5) Ф-ция возрастает
↑: —
↓: $(-\infty; +\infty)$

6) Точек экстремумов нет, т.к. „гор" и „впадин" нет

б) $f(x) = 3 - 2x - x^2$

1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$

2) $f(-x) = 3 - 2(-x) - (-x)^2 = 3 + 2x - x^2 \neq f(x)$
$-(-3 - 2x + x^2) \neq -f(x)$ } Ф-ция общего вида

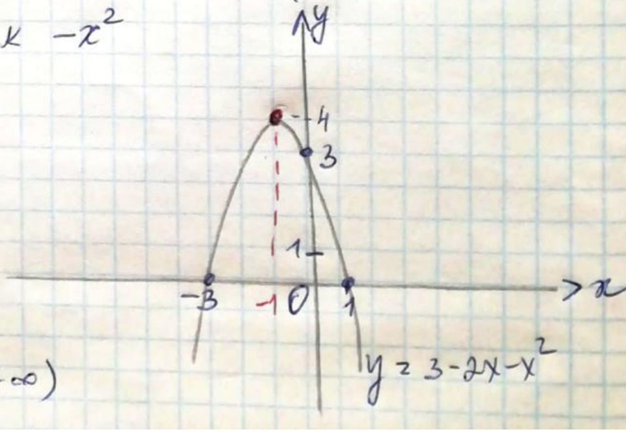
3) а) Ox; $y = 0$ $3 - 2x - x^2 = 0$
$D = 4 - 4\cdot(-1)\cdot 3 = 16 = 4^2$
$x_1 = \frac{2+4}{-2} = -3$ $x_2 = \frac{2-4}{-2} = 1$
$(-3; 0)$ $(1; 0)$

б) Oy: $x = 0$ $y = 3 - 2\cdot 0 - 0^2 = 3$ $(0; 3)$

Парабола, ветви ↓, т.к. $-x^2$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{-2} = -1$

$y_0 = 3 - 2(-1) - (-1)^2 = 4$



4) Ф-ция располагается
выше Ox: $[-3; 1)$
ниже Ox: $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$

5) Ф-ция возрастает: ↑ $(-\infty; -1)$; ↓ $(-1; +\infty)$

6) Точка экстремума – пик горы ⇒ $x_{max} = -1$

$y_{max} = 4$

Самостоятельно выполнить № 95 (в,г)

24 апреля -4 часа

Обратные тригонометрические функции.

1 Конспект записываем.

2. Самостоятельную работу по вариантам , высылаем на электронную почту : alevtina_sokolov@mail.ru

1. Арксинус.
Определение.

Арксинусом числа α называется такое число из отрезка $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, синус которого равен α.

Упражнения с решениями.

Пример 1. Вычислите: а) $\arcsin\frac{1}{2}$; б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Решение. а) Так как $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, то $\arcsin\frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$.

б) Так как $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $-\frac{\pi}{4}\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, то $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{\pi}{4}$.

2. Арккосинус.
Определение.

Арккосинусом числа α называется такое число из отрезка $[0;\pi]$, косинус которого равен α.

Упражнения с решениями.

Пример 2. Вычислите: а) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; б) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Решение. а) Так как $\cos\frac{5\pi}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{5\pi}{6}\in[0;\pi]$, то $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{5\pi}{6}$.

б) Так как $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\frac{\pi}{4}\in[0;\pi]$, то $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{\pi}{4}$.

3. Арктангенс.
Определение.

Арктангенсом числа α называется такое число из интервала $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, тангенс которого равен α.

Упражнения с решениями.

Пример 3. Вычислите: а) $arctg\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $arctg\left(-\sqrt{3}\right)$.

Решение. а) Так как $tg\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ и $\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, то $arctg\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$.

б) Так как $tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$ и $-\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, то $arctg\left(-\sqrt{3}\right)=-\frac{\pi}{3}$.

4. Арккотангенс.
Определение.

Арккотангенсом числа α называется такое число из интервала $(0;\pi)$, котангенс которого равен α.

Упражнения с решениями.

Пример 4. Вычислите: а) $arcctg1$; б) $arcctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Решение. а) Так как $ctg\frac{\pi}{4}=1$ и $\frac{\pi}{4}\in(0;\pi)$, то $arcctg1=\frac{\pi}{4}$.

б) Так как $ctg\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ и $\frac{2\pi}{3}\in(0;\pi)$, то $arcctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{2\pi}{3}$.

Самостоятельная работа

1 вариант **Буквы А и Б**	**2 вариант** **Буквы В и Г**

Вычислите (121—123).

121. а) $\arcsin 0$; б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

в) $\arcsin 1$; г) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

122. а) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; б) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; г) $\arccos 1$.

123. а) $\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$; б) $\operatorname{arctg}(-1)$;

в) $\operatorname{arctg} 0$; г) $\operatorname{arctg}\sqrt{3}$.

Имеют ли смысл выражения (124—125)?

124. а) $\arcsin\left(-\frac{2}{3}\right)$; б) $\arccos\sqrt{5}$;

в) $\arcsin 1{,}5$; г) $\arccos\sqrt{\frac{2}{3}}$.

125. а) $\arccos\pi$; б) $\arcsin(3-\sqrt{20})$;

в) $\arccos(-\sqrt{3})$; г) $\arcsin\frac{2}{7}$.

Найдите значения выражений (126—128).

126. а) $\arcsin 0+\arccos 0$; б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\arccos\frac{1}{2}$;

в) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\arcsin(-1)+\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$.

127. а) $\arccos(-0{,}5)+\arcsin(-0{,}5)$;

б) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\arcsin(-1)$;

в) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

г) $\arccos\frac{\sqrt{2}}{2}-\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$.