

Министерство образования и науки РТ
ГАПОУ «Нижнекамский сварочно-монтажный колледж»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ В КОЛЛЕДЖЕ.

Математика: алгебра и начала анализа; геометрия

По профессии: 15.01.05 Сварщик (электросварочные и газосварочные работы),

08.01.18 Электромонтажник электрических сетей и электрооборудования

Нижнекамск, 2015 г.

Настоящие рекомендации разработаны на основании требований Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по профессии: 15.01.05 Сварщик (электросварочные и газосварочные работы) 08.01.18 Электромонтажник электрических сетей и электрооборудования.

Организация-разработчик:

ГАПОУ «Нижекамский сварочно-монтажный колледж»

Разработчик:

Соколова Алевтина Александровна, преподаватель математики

Рассмотрены и рекомендованы методической цикловой комиссией ГАПОУ «Нижекамский сварочно-монтажный колледж» преподавателей общеобразовательных дисциплин, дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла, дисциплин общего гуманитарного и социально-экономического учебного цикла


(подпись)

Председатель МЦК

А. Д. Сибгатулина

Ф.И.О.

Протокол заседания МЦК № 1 от « 18 » 12 20 15 г.

Рассмотрена и рекомендована методической цикловой комиссией ГАПОУ «Нижекамский сварочно-монтажный колледж» преподавателей общеобразовательных дисциплин, дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла, дисциплин общего гуманитарного и социально-экономического учебного цикла

(подпись)

Председатель МЦК

А. Д. Сибгатулина

Протокол заседания МЦК № _____ от « ____ » _____ 20 ____ г.

Рассмотрена и рекомендована методической цикловой комиссией ГАПОУ «Нижекамский сварочно-монтажный колледж» преподавателей общеобразовательных дисциплин, дисциплин математического и общего естественнонаучного учебного цикла, дисциплин общего гуманитарного и социально-экономического учебного цикла

Председатель МЦК

А. Д. Сибгатулина

Содержание

страницы

1. Введение
2. Общие положения
3. Перечень тем внеаудиторных работ
4. Указания к выполнению ВСР
5. ВСР
6. Приложения
7. Литература

ВВЕДЕНИЕ

Формирование умений самостоятельной работы студентов – важная задача всех преподавателей, в том числе и для преподавателя математики.

На каждом занятии преподавателю наряду с планированием учебного материала необходимо продумывать и вопрос о том, какие навыки самостоятельной работы получит на занятии студент.

Если обучающийся научится самостоятельно изучать новый материал, пользуясь учебником или какими-то специально подобранными заданиями, то будет успешно решена задача сознательного овладения знаниями. Знания, которые усвоил студент сам, значительно прочнее тех, которые он получил после объяснения преподавателя. И в дальнейшем студент сможет самостоятельно ликвидировать пробелы в знаниях, расширять знания, творчески применять их в решении практических задач.

Цель данных методических указаний – ознакомить с общими положениями о самостоятельной работе студентов по математике, с методикой организации самостоятельной работы студентов при изучении нового материала и в процессе закрепления на уроке при решении задач, при выполнении внеаудиторной работы.

2. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ О САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа по математике – это педагогически управляемый процесс самостоятельной деятельности студентов, обеспечивающий реализацию целей и задач по овладению необходимым объемом знаний, умений и навыков, опыта творческой работы и развитию профессиональных интеллектуально-волевых, нравственных качеств будущего специалиста.

Основные виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Математика»:

- работа с учебником;
- конспектирование отдельного вопроса пройденной темы;
- работа со справочной литературой;
- подготовка рефератов и презентаций по темам;
- изготовление наглядных пособий и моделей;
- составление кроссвордов;
- использование Интернета.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений и навыков студентов;

- углубления и расширения теоретических и практических знаний;
- формирования умений использовать специальную, справочную литературу, Интернет;
- развития познавательных способностей и активности студентов, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских знаний.

Лимит времени для проведения самостоятельной работы студентов аудиторно отводится преподавателем непосредственно на уроке, для каждого вида работы определенный.

Время на внеаудиторную самостоятельную работу студентов берется в расчете 50% от всего учебного времени, отведенного на изучение дисциплины. Аудиторная самостоятельная работа студентов преобладает над внеаудиторной самостоятельной работой. Основной формой контроля самостоятельной работы студента являются практические, защита презентаций и рефератов на занятиях.

Самостоятельные работы являются важным средством проверки уровня знаний, умений и навыков.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся – планируемая учебная, учебно-исследовательская, проектная работа, выполняемая за рамками расписания учебных занятий по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия и является обязательной для каждого студента.

Целью самостоятельной работы студентов является:

- обеспечение профессиональной подготовки выпускника в соответствии с ФГОС СПО;
- формирование и развитие общих компетенций, определённых в ФГОС СПО;
- формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности.

Задачами, реализуемыми в ходе проведения внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся, в образовательной среде колледжа являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;

развитие исследовательских умений.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит свое отражение:

в рабочем учебном плане – в целом по циклам основной профессиональной образовательной программы, отдельно по каждому из учебных циклов, по каждой дисциплине, междисциплинарному курсу и профессиональному модулю;

в рабочих программах учебных дисциплин и профессиональных модулей с ориентировочным распределением по разделам и темам.

Контроль результатов самостоятельной работы обучающихся может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине математика и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

уровень освоения учебного материала;

умение использовать теоретические знания и умения при выполнении практических задач;

уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

3. Перечень тем внеаудиторной самостоятельной работы

Название разделов, тем внеаудиторной самостоятельной работы	Количество часов	Вид деятельности	Формы контроля
Раздел 1. Развитие понятия о числе. Самостоятельная работа №1. «Действительные, комплексные числа» Самостоятельная работа №2. «Тождественные преобразования» Самостоятельная работа №3. «Уравнения и неравенства» Самостоятельная работа №4. «Графики функций. Площади фигур». Самостоятельная работа №5. Применение сложных процентов	5 1 1 1 1 1	Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Написание доклада	Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка
Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве. Самостоятельная работа №6 «Параллельность прямых, прямой и плоскостей» Самостоятельная работа №7. «Взаимное расположение прямых в пространстве» Самостоятельная работа №8 «Параллельность плоскостей» Самостоятельная работа №9 «Тетраэдр и параллелепипед» Самостоятельная работа №10 «Перпендикулярность прямой и плоскости» Самостоятельная работа №11 «Перпендикуляр и наклонная» Самостоятельная работа №12 «Перпендикулярность плоскостей»	20 2 3 2 3 3 2 2	Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий Выполнение заданий	Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий Проверка выполненных заданий
Раздел 3. Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения, неравенства. Самостоятельная работа №13. «Тригонометрические функции числового аргумента». Самостоятельная работа №14.	21 6	Выполнение заданий Решение заданий	Проверка выполненных заданий Проверка

«Тригонометрические функции и ее свойства. Обратные тригонометрические функции».	6		выполненных заданий
Самостоятельная работа №15 «Сложение гармонических колебаний»	2	Написание реферата	Защита работы
Самостоятельная работа №16. «Тригонометрические уравнения, неравенства».	5	Решение тригоном. уравнений и неравенств	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №17 «Графическое решение уравнений и неравенств»	2	Написание реферата	Защита работы
Раздел 4. Начала математического анализа.	25		
Самостоятельная работа №18. «Последовательности. Производная».	11	Решение заданий	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №19. «Первообразная».	14	Решение заданий	Проверка выполненных заданий
Раздел 5. Интеграл и его применение.	10		
Самостоятельная работа №20 «Интеграл и его применение».	10	Вычисление интеграла	Проверка выполненных заданий
Раздел 6. Корни, степени и логарифмы. Показательная и логарифмически функции.	25		
Самостоятельная работа №21. «Общие понятия степени. Иррациональные уравнения».	5	Вычисление примеров	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №22. «Показательная функция».	6	Решение уравнений	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №23. «Логарифмическая функция».	8	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №24 «Логарифмы вокруг нас», «Эта замечательная логарифмическая функция»	1	Подготовка сообщения по выбранной теме	Проверка выполненных заданий доклад
Самостоятельная работа №25 «Производная показательной и логарифмической функций».	5	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Раздел 7. Элементы комбинаторики. Теории вероятности и статистики.	8		
Самостоятельная работа №26. «Элементы комбинаторики».	4	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №27 «Теория вероятностей и	4	Решение задач	Проверка выполненных заданий

статистика».			
Раздел 8. Многогранники и круглые тела. Тела вращения. Объемы тел.	22		
Самостоятельная работа №28. «Призма».	2	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №29 Изготовление моделей правильных многогранников	1	Изготовление моделей	Оценивание изготовленных моделей
Самостоятельная работа №30 «Пирамида».	3	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №31 «Цилиндр».	2	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №32 «Конус».	2	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №33 «Сфера и шар».	4	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №34 «Объем прямоугольного параллелепипеда».	2	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №35. «Объем призмы и цилиндра».	3	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №36 «Объем конуса. Шара, сферы».	3	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Раздел 9. Координаты и векторы.	6		
Самостоятельная работа №37. «Векторы в пространстве»	3	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №38. «Метод координат».	3	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Итого:	142	-	-

4. Указания к выполнению ВСР

1. ВСР нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения ВСР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

5. ВСР

Раздел 1.Пропедевтика курса алгебры и геометрии за курс основной школы

Самостоятельная работа №1.

Тема 1.1.Действительные, комплексные числа.

Цель: *Знать правила и действия с дробями, действительными и комплексными числами.*

Методические рекомендации

Теория

Правила для выполнения действий с дробями:

1. При сложении, вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеется в данном, с наименьшим числом десятичных знаков.
2. При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в данном с наименьшим числом значащих цифр.
3. При возведении в квадрат и куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.
4. При извлечении квадратных и кубических корней в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном числе.
5. При выполнении промежуточных действий в результате следует сохранять одну лишнюю (запасную) цифру, которую в окончательном результате отбрасывают.

Определение: *Цифры, записанные справа от запятой, называются десятичными знаками числа.*

Определение: *Значащими цифрами числа называются все его верные цифры, кроме нулей, записанных левее первой отличной от нуля цифры.*

Задание: Вычислите, ответ округлите до 0,001.

1вариант

а) $\frac{1,9 \cdot 6,3 \cdot 3,05}{5,3 \cdot 125}$

б) $\frac{0,85^2 \cdot \sqrt[3]{5,35}}{\sqrt{0,825}}$

в) $\frac{\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \sqrt{\sin 65^\circ}}{\cos 28^\circ}$

2вариант

а) $\frac{5,8 \cdot 6,55 \cdot 4,05}{12,4 \cdot 215}$

б) $\frac{0,65 \cdot \sqrt{7,45}}{\sqrt[3]{3,62}}$

в) $\frac{\sin 25^\circ \cdot \sqrt{\operatorname{tg} 65^\circ}}{\cos 22^\circ}$

$$\text{г) } \frac{0,815 \cdot 12,6 \cdot 5,05}{0,0854 \cdot 18,9}$$

$$\text{г) } \frac{0,0615 \cdot 19,8 \cdot 60,4}{3,08 \cdot 46,2}$$

Норма времени: 1 час

Критерии оценки: правильное решение, наличие записей в тетради

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.

Самостоятельная работа №.2

Тема 1.2. Тождественные преобразования.

Цель: *Знать приемы упрощения выражений. Научиться применять формулы сокращенного умножения.*

Методические рекомендации

Теория

Формулы сокращённого умножения

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	- квадрат суммы
2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	- квадрат разности
3. $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$	- разность квадратов
4. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	- куб суммы
5. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	- куб разности
6. $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$	- разность кубов
7. $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$	- сумма кубов

Примеры. Раскрыть скобки $(10y^2 + 3x)^2$

Решение. Решение проведем в два этапа, первый – возведем в квадрат по определению, то есть умножим выражение $10y^2 + 3x$ на себя; второй – используем формулу сокращенного умножения «квадрат суммы».

1. По определению:

$$(10y^2 + 3x)^2 = (10y^2 + 3x)(10y^2 + 3x) = 10y^2 \cdot 10y^2 + 10y^2 \cdot 3x + 3x \cdot 10y^2 + 3x \cdot 3x = \\ = 100y^4 + 30xy^2 + 30xy^2 + 9x^2 = 100y^4 + 60xy^2 + 9x^2$$

2. Используя формулу сокращенного умножения:

$$(10y^2 + 3x)^2 = (10y^2)^2 + 2 \cdot 10y^2 \cdot 3x + (3x)^2 = 100y^4 + 60xy^2 + 9x^2$$

Как видно, использование формулы сокращенного умножения привело к более быстрому решению.

Задание. Раскрыть скобки $(6y - x)(6y + x)$

Решение. Решение проведем в два этапа, первый – умножим два двучлена по определению, то есть умножим выражение $6y - x$ на $6y + x$; второй – используем формулу сокращенного умножения «разность квадратов».

1. По определению:

$$(6y - x)(6y + x) = 6y \cdot 6y + 6y \cdot x - x \cdot 6y - x \cdot x = \\ = 36y^2 + 6xy - 6xy - x^2 = 36y^2 - x^2$$

2. Используя формулу сокращенного умножения:

$$(6y - x)(6y + x) = (6y)^2 - (x)^2 = 36y^2 - x^2$$

Как видно, использование формулы сокращенного умножения привело к более быстрому решению.

Задания: вариант 1 решают под буквой А, вариант 2-решают под буквой Б.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$а) (x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$б) (2k + 3n)^2 = (2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3n + (3n)^2 = 4k^2 + 12kn + 9n^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$а) (2a - c)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot c + c^2 = 4a^2 - 4ac + c^2$$

$$б) (3a - 5b)^2 = (3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5b + (5b)^2 = 9a^2 - 30ab + 25b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$а) 9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x - 4y)(3x + 4y)$$

$$б) (6k - 5n)(6k + 5n) = (6k)^2 - (5n)^2 = 36k^2 - 25n^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a) (m + 2n)^3 = m^3 + 3 \cdot m^2 \cdot 2n + 3 \cdot m \cdot (2n)^2 + (2n)^3 = m^3 + 6m^2n + 12mn^2 + 8n^3$$

$$б) (3x + 2y)^3 = (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 3x \cdot (2y)^2 + (2y)^3 = 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$$

Норма времени: 1 час

Критерии оценки: правильное решение, наличие записей в тетради

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.

Самостоятельная работа №3.

Тема 1.3. Уравнения и неравенства

Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств.

Цель: Знать правила и методы решения квадратных уравнений и неравенств. Знать определение дробно-рациональных уравнений и неравенств, знать приемы их решения.

Методические рекомендации

Теория

Квадратные уравнения и неравенства

Квадратное уравнение

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0.$$

Дискриминант: $D = b^2 - 4ac.$

Если $D > 0$, то 14А. ур-е имеет два различных корня: x_1, x_2 , которые могут быть вычислены по формулам:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

или

$$x_1 = \frac{-b/2 - \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}, \quad x_2 = \frac{-b/2 + \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}.$$

Если $D = 0$, то 15А. ур-е имеет единственный корень $x_1 = -b/2a$. Если $D < 0$, то действительных корней нет.

Частные случаи

1. $x^2 + px + q = 0$ (приведенное квадратное уравнение), $D = p^2 - 4q$;

при $D > 0$

$$x_1 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, \quad x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q},$$

при $D = 0$

$$x_1 = -p/2.$$

2. $ax^2 + 2kx + c = 0$, $D = 4(k^2 - ac)$,

при $D > 0$

$$x_1 = \frac{-k - \sqrt{k^2 - ac}}{a}, \quad x_2 = \frac{-k + \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$

при $D = 0$

$$x_1 = -k/a.$$

3. $ax^2 + bx = 0$, $b \neq 0$: $x_1 = 0$, $x_2 = -b/a$.

4. $ax^2 + c = 0$, $ac < 0$: $x_1 = -\sqrt{-c/a}$, $x_2 = \sqrt{-c/a}$.

5. $ax^2 = 0$: $x_1 = 0$.

Связь между коэффициентами и корнями квадратного уравнения (формулы Виета)

Если x_1, x_2 - корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -b/a, \quad x_1 x_2 = c/a.$$

Для уравнения $x^2 + px + q = 0$

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 x_2 = q.$$

Разложение квадратного трехчлена на множители

Если $D > 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Если $D = 0$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$.

Биквадратное уравнение

$$ax^4 + bx^2 + c = 0.$$

Сводится к квадратному уравнению заменой $x^2 = y$.

Решение квадратного неравенства

Неравенство вида

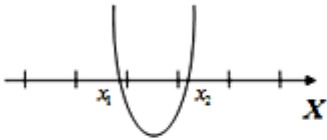
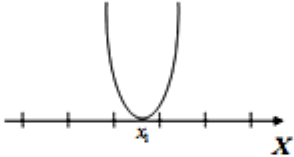
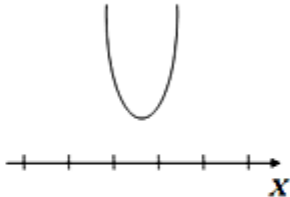
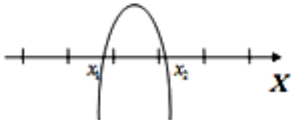
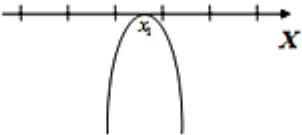
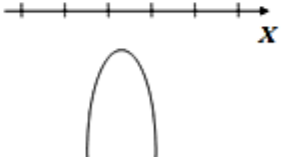
$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$(ax^2 + bx + c \geq 0, \quad ax^2 + bx + c < 0, \quad ax^2 + bx + c \leq 0)$$

где x – переменная, a, b, c – числа, $a \neq 0$, называется *квадратным*.

При решении квадратного неравенства необходимо найти корни соответствующего **квадратного уравнения** $ax^2 + bx + c = 0$. Для этого необходимо найти **дискриминант** данного квадратного уравнения. Можно получить 3 случая: 1) $D=0$, квадратное уравнение имеет один корень; 2) $D>0$ квадратное уравнение имеет два корня; 3) $D<0$ квадратное уравнение не имеет корней.

В зависимости от полученных корней и знака коэффициента a возможно одно из шести расположений **графика функции** $y = ax^2 + bx + c$

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Если требуется найти **числовой промежуток**, на котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ больше нуля, то это числовой промежуток находится там, где парабола лежит выше оси ОХ.

Если требуется найти числовой промежуток, на котором квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ меньше нуля, то это числовой промежуток, где парабола лежит ниже оси ОХ.

Если квадратное неравенство **нестрогое**, то корни входят в числовой промежуток, если строгое – не входят.

Такой метод решения квадратного неравенства называется **графическим**. Примеры:

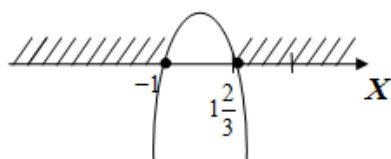
Пример 1: Решить неравенство

$$-3x^2 + 2x + 5 \leq 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 = 64$$

$$x_1 = \frac{-2 + \sqrt{64}}{2 \cdot (-3)} = -1 \quad x_2 = \frac{-2 - \sqrt{64}}{2 \cdot (-3)} = \frac{-10}{-6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

изображаем параболу, отмечаем промежутки, где она ниже оси ОХ, так как " $\leq$ "



Ответ: $(-\infty; 1] \cup [1\frac{2}{3}; +\infty)$

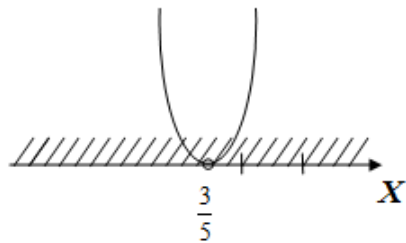
Пример 2: Решить неравенство

$$25x^2 - 30x + 9 > 0$$

$$D = (-30)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{30}{2 \cdot (25)} = \frac{3}{5}$$

изображаем параболу, отмечаем промежутки, где она выше OX , так как " $>$ "



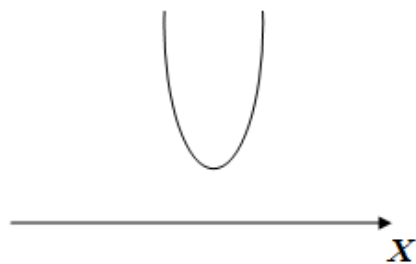
Ответ: $\left(-\infty; \frac{3}{5}\right) \cup \left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$

Пример 3: Решить неравенство

$$2x^2 + 4x + 3 < 0$$

$$D = (4)^2 - 24 = -8 < 0$$

изображаем параболу, отмечаем промежутки, где она ниже OX , так как " $<$ "



Ответ: нет решений

Дробно-рациональные уравнения и неравенства.

Форма самостоятельной деятельности: решение дробно-рациональных уравнений и неравенств по образцу.

Задания:

1) Решить уравнение:

$$\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 2\frac{2}{3}$$

2) Решите неравенство:

$$\frac{3-x}{(4-x)(x+5)} \geq 0$$

3. Решить неравенство:

$$x^2 - 8x + 12 \geq 0 \text{ и } 8x^2 - 6x + 1 > 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0 \text{ и}$$

$$-x^2 + 3x > 0 \text{ и } x^2 \leq 4$$

4. Решите уравнения:

$$1) 2x^2 - 4x = 0 ; 2) 2x^2 - 18 = 0 ; 3) 3x^2 + 27 = 0 ; 4) 5x^2 = 0$$

Норма времени: 1 час

Критерии оценки: правильное решение, наличие записей в тетради

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.

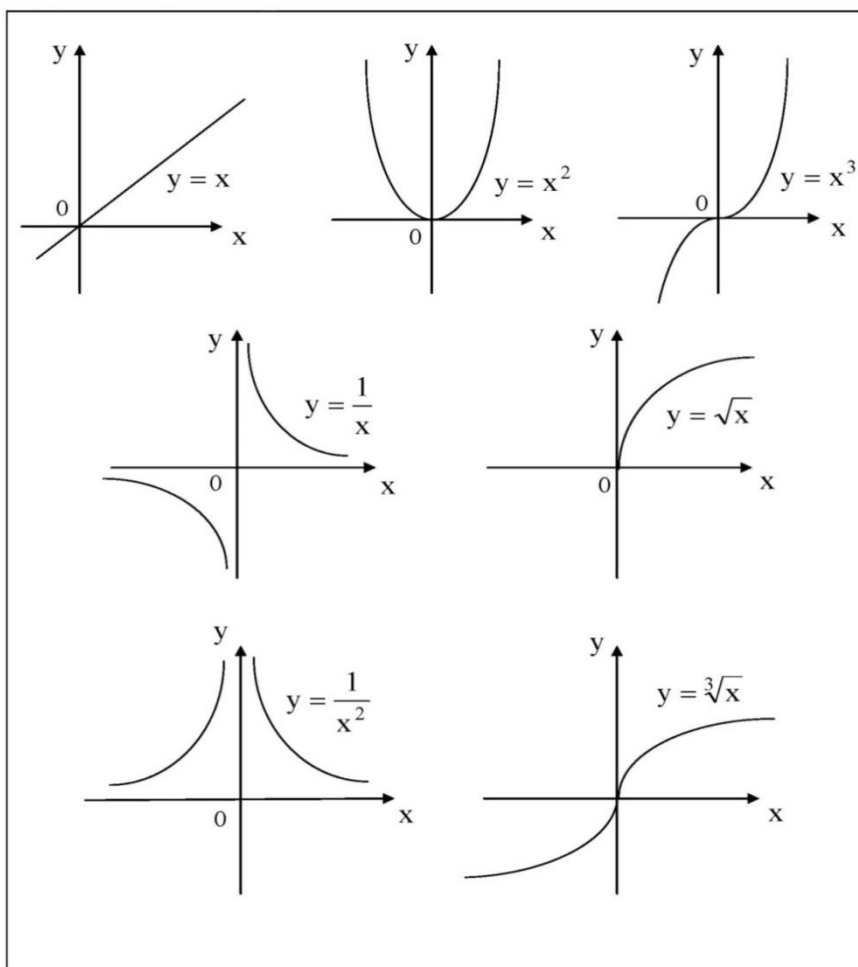
Самостоятельная работа №4. Графики функций. Площадь фигур.

Цель: *уметь строить графики функций и считывать с них данные. Уметь определять соотношения в треугольнике, знать формулы, уметь применять формулы для решения задач.*

Методические рекомендации

Знать как выглядят основные графики функций и их формулы.

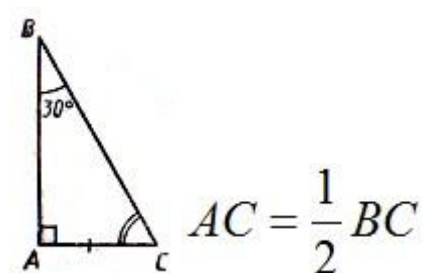
Теория



Прямоугольный треугольник

Свойство. Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90°

Свойство. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.



Признаки равенства:

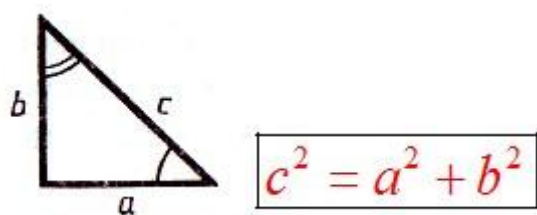
Теорема. Два прямоугольных треугольника равны, если катеты одного равны катетам другого.

Теорема. Два прямоугольных треугольника равны, если гипотенуза и катет одного равны гипотенузе и катету другого.

Теорема. Два прямоугольных треугольника равны, если острый угол и сторона одного равны острому углу и стороне другого.

Теорема Пифагора

Теорема. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



Задания:

1.

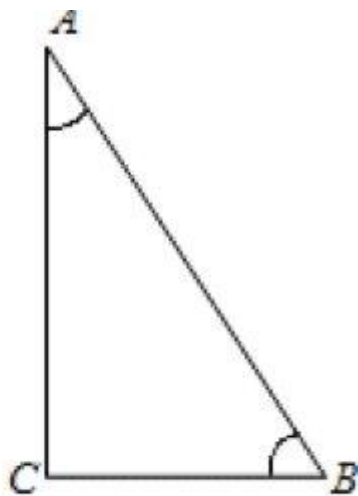
Задание В7 (№ 27217) В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите $\cos A$

2.

1). Построить график функции $y = \sqrt{x^2 - 1}$ на основании результатов исследования функции.

2) Дана функция $y = \frac{3x+4}{x-1}$. Преобразуем $y = 3 + \frac{7}{x-1}$.

3). Постройте график функции $y = x^3 - 6x^2 + 12x - 9$

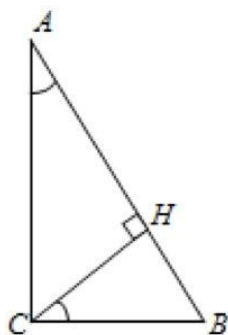


3.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{7}{25}$, $AB = 5$. Найдите AC .

4.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{2}{3}$, $AB = 27$. Найдите $АН$.



Норма времени: 1 час

Критерии оценки: решение заданий, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос по знания формул, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.

Самостоятельная работа №5.

Тема 1.3. Графики функций. Площадь фигур.

Доклад «Применение сложных процентов в экономических расчетах»

Цель: популяризировать раздел математики, сделать ближе «математику» к жизни студента. Научиться применять проценты в математике, выполнять математические расчеты в экономике.

Методические рекомендации

Сделать доклад согласно вышеуказанным рекомендациям. Оформить по плану.

Норма времени: 1 час

Критерии оценки: обоснованность и четкость изложения подготовленного сообщения, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. Учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве.

Самостоятельная работа №6

Тема №2.1. Параллельность прямых, прямой и плоскости.

Цель: Знать определение параллельных прямых в пространстве, теорему о параллельных прямых, параллельности 3 прямых. Определение параллельности прямой и плоскости, теоремы и свойства.

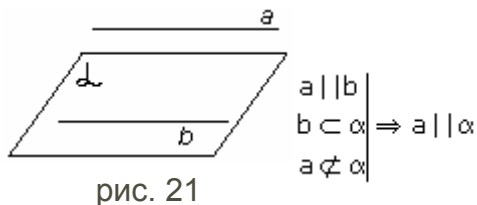
Методические рекомендации

Теория

Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек ($a \parallel \alpha$)

Признак параллельности прямой и плоскости.

Теорема. Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна самой плоскости.



Замечания.

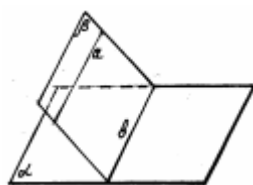


рис. 22

1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.
2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, а другая прямая имеет с плоскостью общую точку, то эта прямая лежит в данной плоскости.

Выводы.

Случаи взаимного расположения прямой и плоскости:

- а) прямая лежит в плоскости;
- б) прямая и плоскость имеют только одну общую точку;
- в) прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.

Задания:

Изучив теорию, выполните практические упражнения.

№ 28 и №29 (учебник геометрии для 10-11 классов, Атанасян), стр. 14

№28 Рекомендации: построить рисунок. Используя пропорцию возможно вычислить длину отрезка ВС.

№29. Рекомендации: Построить рисунок. Применить лемму.

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: наличие правильного решения, полного оформления , наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №7

№2.2.Взаимное расположение прямых в пространстве

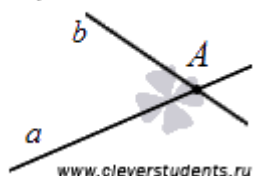
Цель: *Знать определение скрещивающихся прямых, теоремы. Углы с сонаправленными сторонами, как вычисляются углы между прямыми. Взаимное расположение прямых в пространстве.*

Методические рекомендации Теория

Во-первых, две прямые могут совпадать, то есть, иметь бесконечно много общих точек (по крайней мере две общие точки).

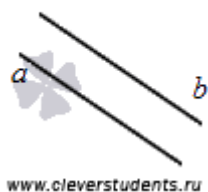
Во-вторых, две прямые в пространстве могут пересекаться, то есть, иметь одну общую точку. В этом случае эти две прямые лежат в некоторой плоскости трехмерного пространства. Если две прямые в пространстве пересекаются, то мы приходим к понятию угла между пересекающимися прямыми.

пересекающиеся прямые
в пространстве



В-третьих, две прямые в пространстве могут быть параллельными. В этом случае они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек. Рекомендуем к изучению статью [параллельные прямые, параллельность прямых](#).

параллельные
прямые



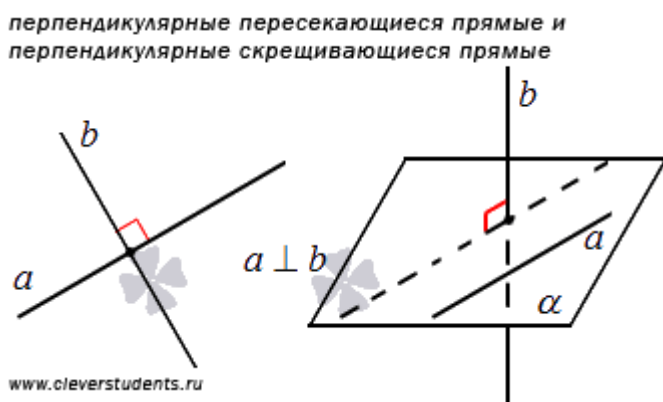
После того как мы дали определение параллельных прямых в пространстве, следует сказать о [направляющих векторах прямой](#) линии в силу их важности. Любой ненулевой вектор, лежащий на этой прямой или на прямой, которая параллельна данной, будем называть направляющим вектором прямой. Направляющий вектор прямой очень часто используется при решении задач, связанных с прямой линией в пространстве.



Наконец, две прямые в трехмерном пространстве могут быть скрещивающимися. Две прямые в пространстве называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости. Такое взаимное расположение двух прямых в пространстве приводит нас к понятию [угла между скрещивающимися прямыми](#).



Особое практическое значение имеет случай, когда угол между пересекающимися или скрещивающимися прямыми в трехмерном пространстве равен девяноста градусам. Такие прямые называют перпендикулярными (смотрите статью [перпендикулярные прямые, перпендикулярность прямых](#)).



задания:

Изучив тему выполните задания по учебнику геометрии стр. 19-20, №34, №38, №44, №46

Рекомендации по выполнению №34. Выучив определения прямых выясните взаимное расположение прямых.

Рекомендации по выполнению №38. Выполните рисунок к задаче, используя теоремы докажите задачу.

Рекомендации по выполнению №44. Используя знания п.9 Угол между прямыми и рис.26, вычислите углы между прямыми.

Рекомендации по выполнению №46. Выполните рисунок. Вычислите, изучив п.9.

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: наличие правильно решенных и оформленных задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №8

Тема №2.3.Параллельность плоскостей

Цель: Знать определение параллельности плоскостей, свойства параллельных плоскостей.

Методические рекомендации

Изучив тему (учебник геометрии, стр.20-22) Вы должны знать определение параллельных плоскостей, расположение их в пространстве, их свойства. Выполните практически задания.

№54, №63

Рекомендации: выполните рисунок к заданию, используйте свойства средней линии, площадь найдите через подобие треугольников.

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: наличие правильно решенных и оформленных задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №9

Тема 2.4. Тетраэдр и параллелепипед

Цель: *Знать определение тетраэдра и параллелепипеда, свойства фигур, из чего они состоят (их составляющие). Научиться решать задачи на построение сечений.*

Методические рекомендации

Теория

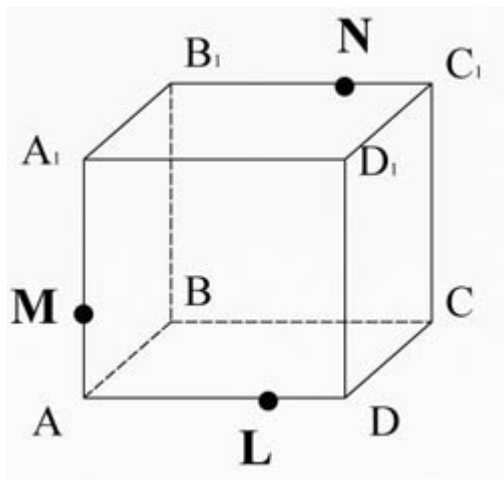
Правила построения сечений многогранников:

- 1) проводим прямые через точки, лежащие в одной плоскости;
- 2) ищем прямые пересечения плоскости сечения с гранями многогранника, для этого
 - а) ищем точки пересечения прямой принадлежащей плоскости сечения с прямой, принадлежащей одной из граней (лежащие в одной плоскости);
 - б) параллельные грани плоскость сечения пересекает по параллельным прямым.

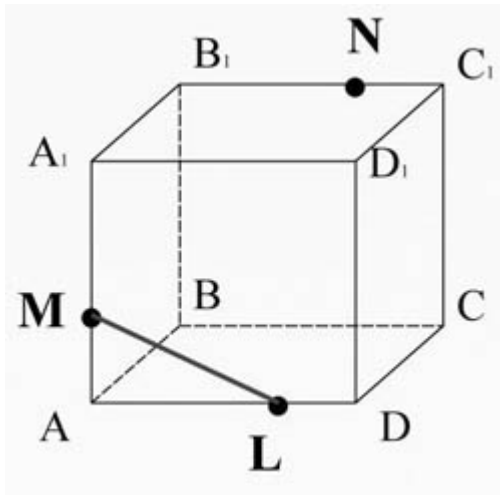
Примеры построения сечений:

Пример 1.

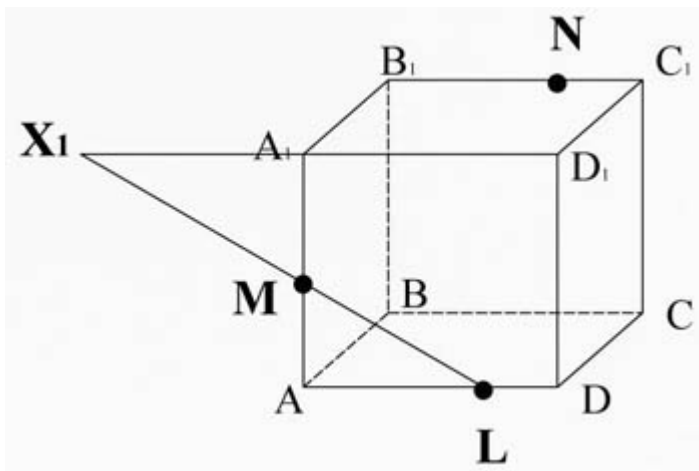
Рассмотрим прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Построим сечение, проходящее через точки M , N , L .



Соединим точки M и L , лежащие в плоскости $AA_1 D_1 D$.

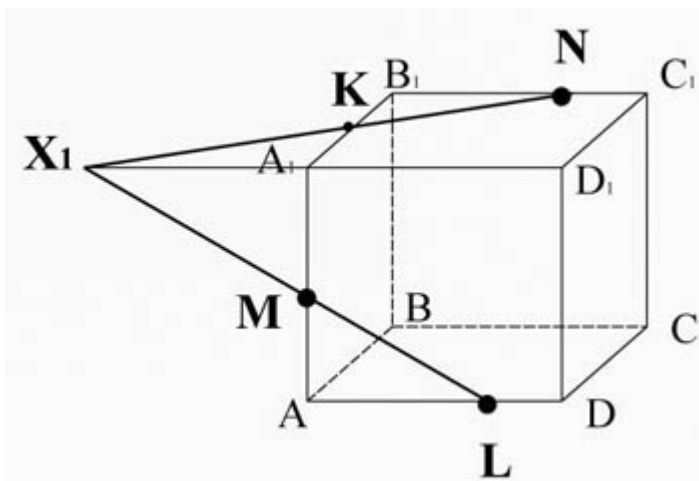


Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1 , они лежат в одной плоскости AA_1D_1D . Получим точку X_1 .

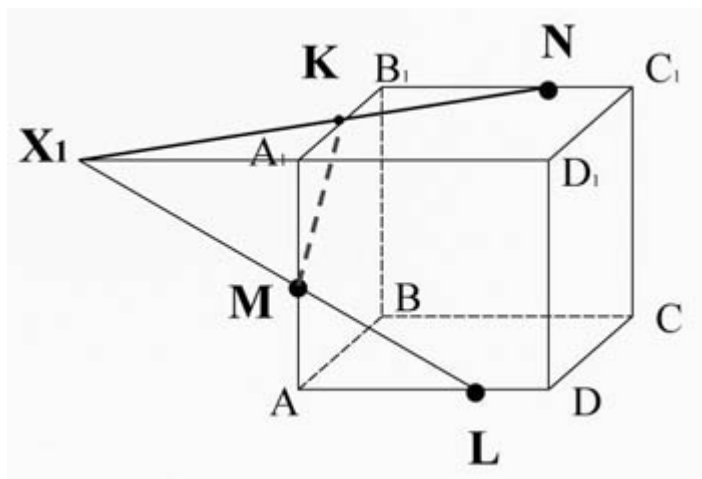


Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1 , а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее точкой N , лежащей в этой же плоскости.

X_1N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K .

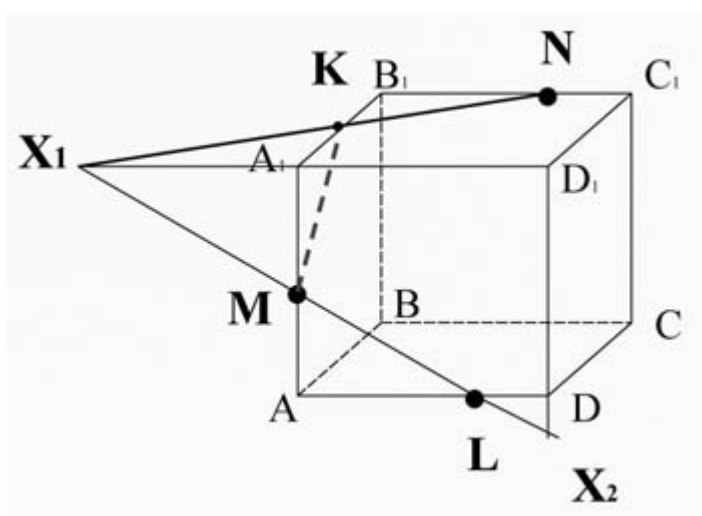


Соединим точки K и M , лежащие в одной плоскости AA_1B_1B .

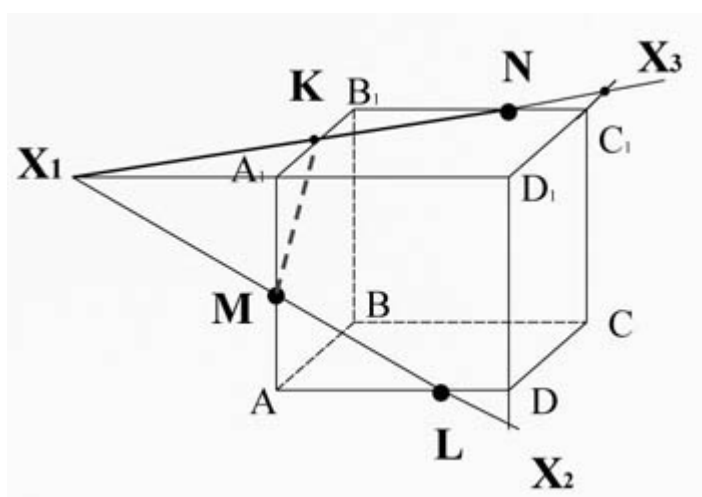


Найдем прямую пересечения плоскости сечения с плоскостью DD_1C_1C :

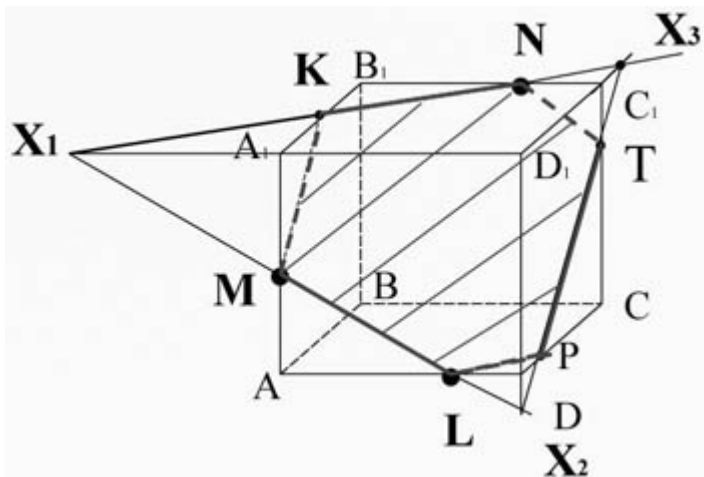
пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром DD_1 , они лежат в одной плоскости AA_1D_1D , получим точку X_2 ;



пересечем прямую KN (принадлежащую сечению) с ребром D_1C_1 , они лежат в одной плоскости $A_1B_1C_1D_1$, получим точку X_3 ;



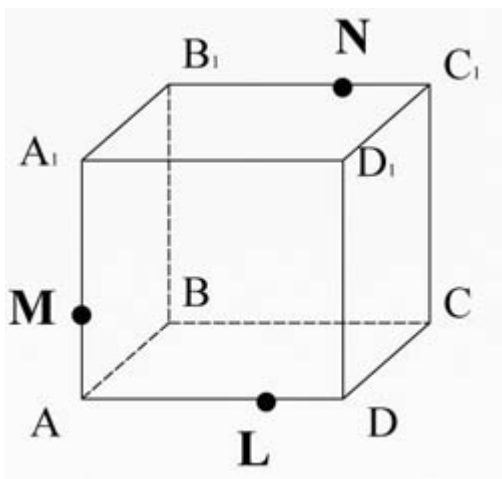
Точки X_2 и X_3 лежат в плоскости DD_1C_1C . Проведем прямую $X_2 X_3$, которая пересечет ребро C_1C в точке T , а ребро DC в точке P . И соединим точки L и P , лежащие в плоскости $ABCD$.



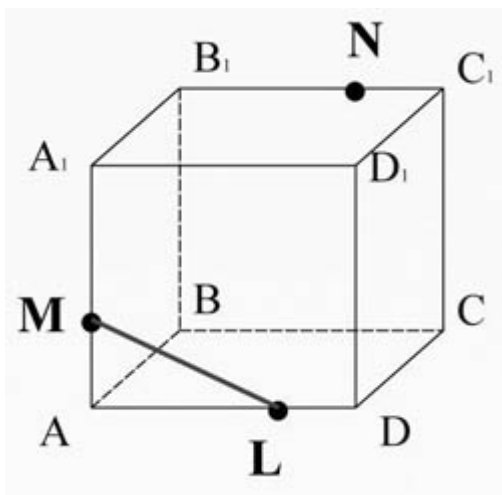
МКНТРР – искомое сечение.

Пример 2.

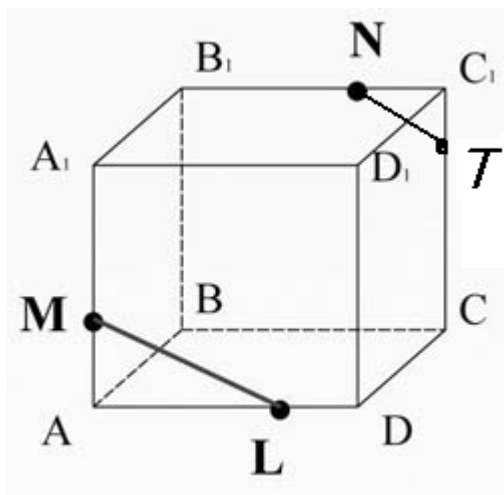
Рассмотрим ту же самую задачу на построение сечения, но воспользуемся свойством параллельных плоскостей. Это облегчит нам построение сечения.



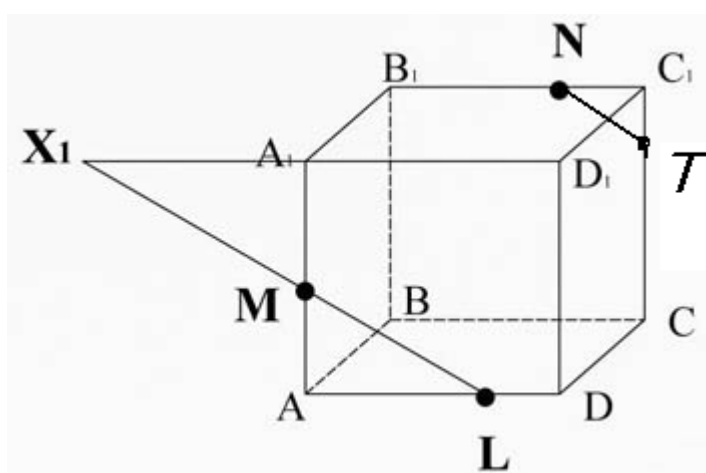
Соединим точки М и L, лежащие в плоскости AA_1D_1D .



Через точку N, проведем прямую NT параллельную прямой ML. Прямые NT и ML лежат в параллельных плоскостях по свойству параллелепипеда.

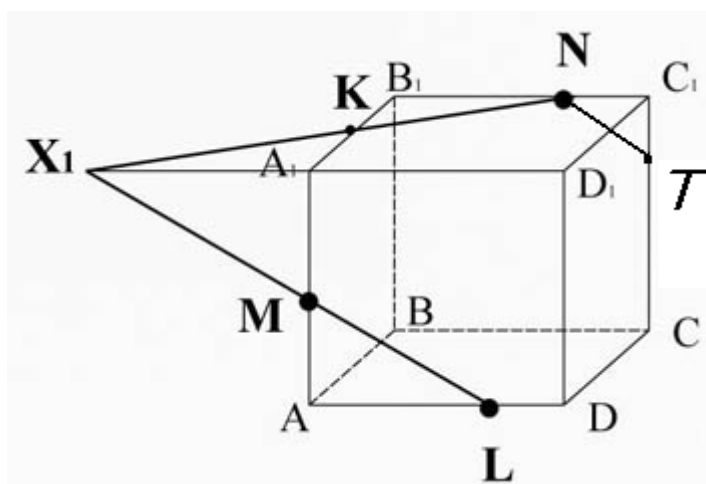


Пересечем прямую ML (принадлежащую сечению) с ребром A_1D_1 , они лежат в одной плоскости AA_1D_1D . Получим точку X_1 .

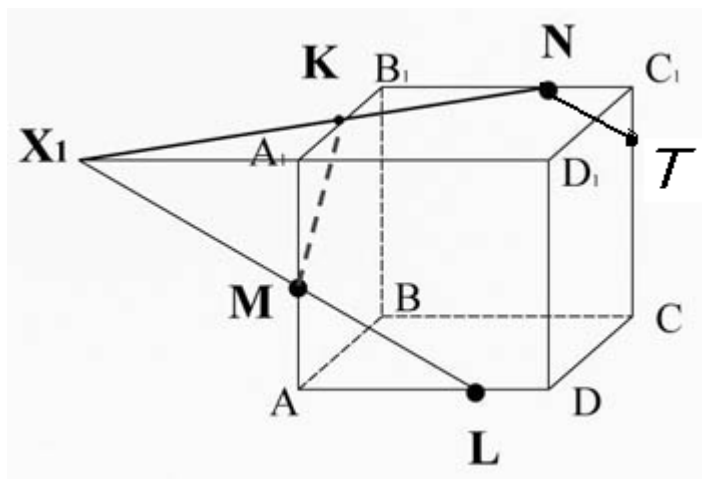


Точка X_1 лежит на ребре A_1D_1 , а значит и плоскости $A_1B_1C_1D_1$, соединим ее точкой N , лежащей в этой же плоскости.

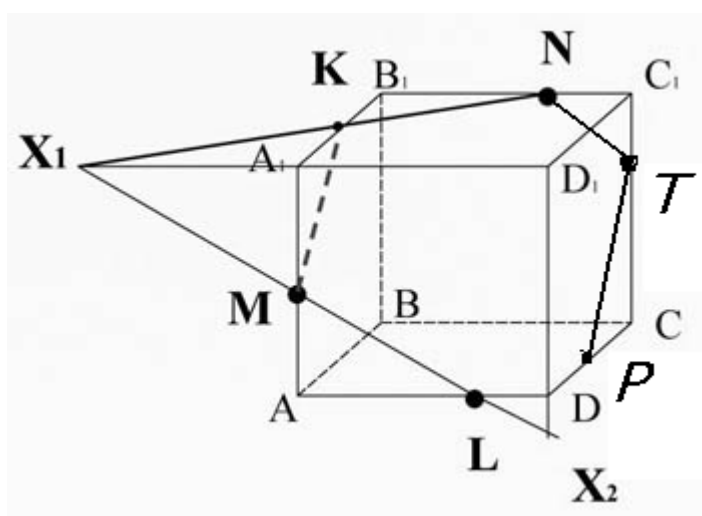
X_1N пересекается с ребром A_1B_1 в точке K .



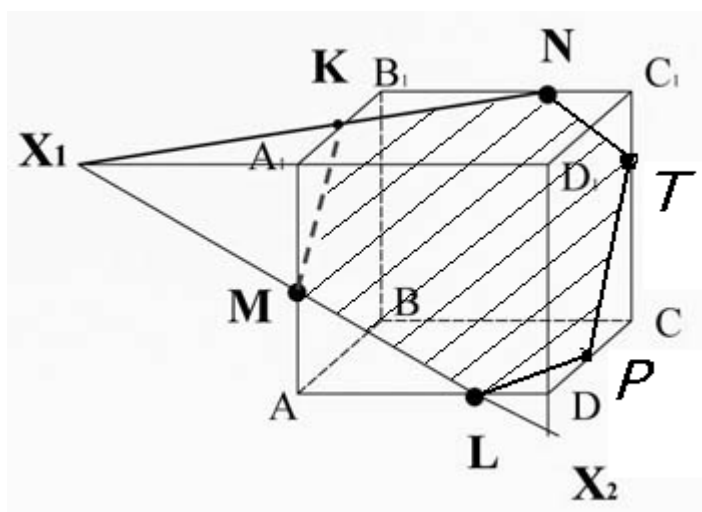
Соединим точки K и M , лежащие в одной плоскости AA_1B_1B .



Проведем прямую TP через точку T , параллельно прямой KM (они лежат в параллельных плоскостях).



Соединим точки P и L (они лежат в одной плоскости).



$MKNTPL$ – искомое сечение.

Задания:

Задания выполните из учебника геометрии, стр 31.:
№ 73 и № 77.

Рекомендации по выполнению №73. Использовать как пример решение задачи №1 на стр.28.

Рекомендации по выполнению №77. Используя пропорцию и сумму всех ребер параллелепипеда, вычислите каждое ребро параллелепипеда.

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: правильно решенные и оформленные задачи, наличие записей в тетради

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №10

Тема №2.5. Перпендикулярность прямой и плоскости

Цель: Знать определение перпендикулярности прямой и плоскости, лемму, признаки перпендикулярности прямой и плоскости, теорему о прямой, перпендикулярной к плоскости.

Методические рекомендации

Изучив тему, решите практические задания.

Задания:

№ 116,117, №130

1. Постройте параллелепипед (тетраэдр), используя теоремы п. 15 и п 16(стр36-38) докажите перпендикулярность прямых. Используйте свойства параллелепипеда.
2. Выполните рисунок к задаче. Используйте свойства квадрата.

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: обоснованность и четкость изложения подготовленного сообщения, наличие записей в тетради

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №11

Тема №2.6.Перпендикуляр и наклонная.

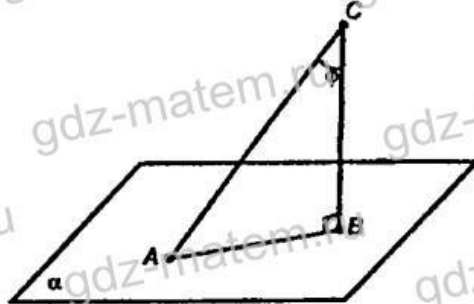
Цель: Знать как определяется расстояние от точки до плоскости, уметь определять кратчайшее расстояние, знать и уметь применять теорему о трех перпендикулярах, вычислять угол между прямой и плоскостью.

Методические рекомендации по решению задач по теме.

Пример 1

Из некоторой точки проведены к данной плоскости перпендикуляр и наклонная, угол между которыми равен φ . А) Найдите наклонную и ее проекцию на данную плоскость, если перпендикуляр равен d . Б) Найдите перпендикуляр и проекцию наклонной, если наклонная равна m .

Дано: $\angle ACB = \varphi$, $AC = m$; $BC = d$.



$CB \perp \alpha$; CA – наклонная.

а) $\triangle ABC$ – прямоугольный, т.к. $\angle B = 90^\circ$.
 $BC = d$ (по условию).

$AC = \frac{d}{\cos \varphi}$; $AB = d \cdot \operatorname{tg} \varphi$ (из соотношений в прямоугольном треугольнике).

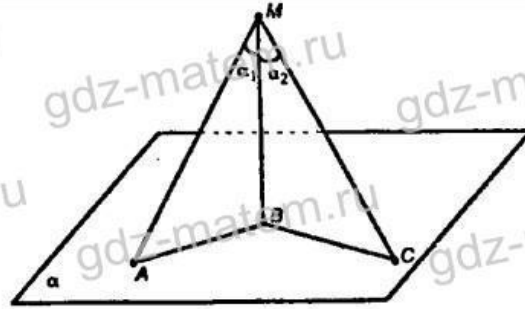
б) $AC = m$;

$CB = m \cdot \cos \varphi$; $AB = m \cdot \sin \varphi$ (из соотношений в прямоугольном треугольнике).

Ответ: а) $AC = \frac{d}{\cos \varphi}$; $AB = d \operatorname{tg} \varphi$;

б) $CB = m \cos \varphi$; $AB = m \sin \varphi$.

Пример 2. Из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные. Докажите, что: а) если наклонные равны, то равны и их проекции; б) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные; в) если наклонные не равны, то большая наклонная имеет большую проекцию.



Решение:

а) $MA = MC$ (по условию);

$\triangle MBA$ и $\triangle MBC$ – прямоугольные, MB – общий катет, $MA = MC$, следовательно, $\triangle MBA = \triangle MBC$, значит, $AB = BC$.

б) $BA = BC$ (по условию)

Из равенства прямоугольных треугольников MBA и MBC следует, что $MA = MC$.

в) $MA > MC$ (по условию).

По теореме Пифагора

$$AB = \sqrt{MA^2 - MB^2}; BC = \sqrt{MC^2 - MB^2}.$$

$MA^2 > MC^2$, поэтому $MA^2 - MB^2 > MC^2 - MB^2$, это означает, что $AB^2 > BC^2 \Rightarrow AB > BC$.

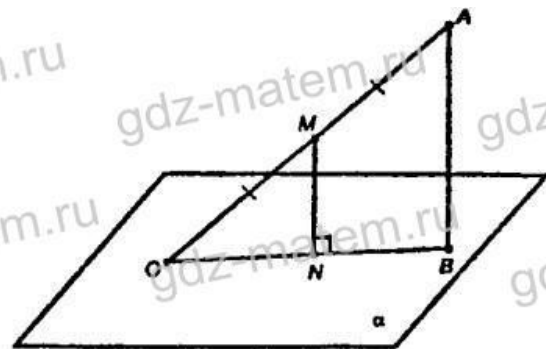
Что и требовалось доказать.

Пример 3. Один конец данного отрезка лежит в плоскости α , а другой находится от нее на расстоянии 6 см. Найдите расстояние от середины данного отрезка до плоскости α .

Решение:

AO – отрезок, $O \in \alpha$, $\rho(A, \alpha) = 6$ см, $OM = MA$. Найти $\rho(M, \alpha)$.

Проведем $AB \perp \alpha$ и отрезок BO . Получим плоскость AOB .

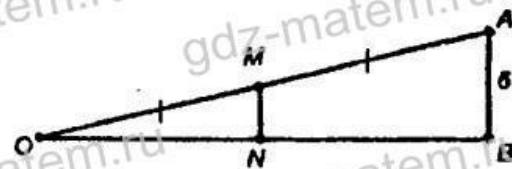


Из т. M проведем в пл. AOB отрезок $MN \parallel AB$, т. N – пересечение отрезка с пл. α . Доказано (п. 21), что $N \in OB$, т.е. $MN \subset$ пл. AOB (см. учебник).

MN – средняя линия $\triangle OAB$ (по теореме Фалеса $ON = NB$).

$$MN = \frac{1}{2} AB, MN = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3 \text{ см.}$$

Ответ: $MN = 3$ см.



Задания:

№140,152, 155 учебник геометрии, стр.46-47

Рекомендации к №140. Выполните рисунок к задаче, используйте свойства углов и теорему Пифагора.

Рекомендации к №152. Выполните рисунок к задаче, докажите, что расстояние от точки F до диагоналей квадрата-отрезок, F точкой O пересечения диагоналей квадрата.

Рекомендации к №155. Выполните рисунок к задаче, рассмотрите прямоугольный равнобедренный треугольник, воспользуйтесь далее теоремой Пифагора.

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №12

Тема №2.7.Перпендикулярность плоскостей.

Цель: Знать определение двугранного угла, признак перпендикулярности двух плоскостей, определение прямоугольного параллелепипеда и его свойства. Уметь применять знания на практике при решении задач.

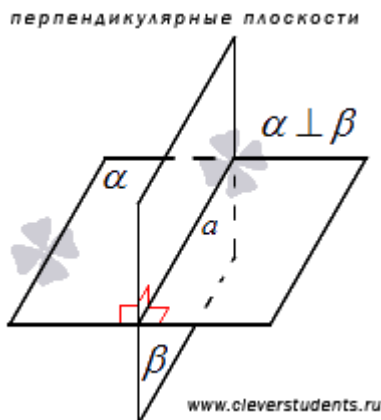
Методические рекомендации

Теория

Определение.

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними равен девяносто градусам.

Для обозначения перпендикулярности используют символ вида « $\perp$ ». То есть, если плоскости α и β перпендикулярны, то можно кратко записать $\alpha \perp \beta$.



Если плоскости α и β перпендикулярны, то можно также сказать, что плоскость α перпендикулярна к плоскости β или плоскость β перпендикулярна к плоскости α . Поэтому перпендикулярные плоскости α и β часто называют взаимно перпендикулярными.

В качестве примера перпендикулярных плоскостей можно привести плоскости стены и пола в комнате.

Задания: Выполните самостоятельно №186, 187, 188, 195

№187 и 188, 195. Рекомендации: Используя свойства и теорему в п.24 стр.53

«Прямоугольный параллелепипед и его свойство диагонали»

Ответьте на вопросы к главе 1 и 2 письменно, Стр. 57.

Норма времени: 4 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

- 1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с

Раздел 3

Самостоятельная работа №13

Тема №3.1.Тригонометрические функции числового аргумента.

Цель: *ввести понятия тригонометрической функции числового аргумента.*

Основных формул тригонометрии.

Методические рекомендации

Теория

Тригонометрические функции числового аргумента.

Тригонометрические функции числового аргумента t – это функции вида $y = \cos t$, $y = \sin t$, $y = \operatorname{tg} t$, $y = \operatorname{ctg} t$.

С помощью этих формул через известное значение одной тригонометрической функции можно найти неизвестные значения других тригонометрических функций.

Пояснения.

1) Возьмем формулу $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ и выведем с ее помощью новую формулу.

Для этого разделим обе части формулы на $\cos^2 t$ (при $t \neq 0$, то есть $t \neq \pi/2 + \pi k$). Итак:

$$\frac{\cos^2 t}{\cos^2 t} + \frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} = \frac{1}{\cos^2 t}$$

Первое слагаемое равно 1. Мы знаем, что отношение синуса к косинусу – это тангенс, значит, второе слагаемое равно $\operatorname{tg}^2 t$. В результате мы получаем новую (и уже известную вам) формулу:

$$1 + \operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \quad \text{где } t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k - \text{целое число.}$$

2) Теперь разделим $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ на $\sin^2 t$ (при $t \neq \pi k$):

$$\frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} + \frac{\sin^2 t}{\sin^2 t} = \frac{1}{\sin^2 t}, \quad \text{где } t \neq \pi k + \pi/2, k - \text{целое число}$$

Отношение косинуса к синусу – это котангенс. Значит:

$$1 + \operatorname{ctg}^2 t = \frac{1}{\sin^2 t}, \quad \text{где } t \neq \pi k, k - \text{целое число.}$$

Тригонометрические функции углового аргумента.

В функциях $y = \cos t$, $y = \sin t$, $y = \operatorname{tg} t$, $y = \operatorname{ctg} t$ переменная t может быть не только числовым аргументом. Ее можно считать и мерой угла – то есть угловым аргументом.

С помощью числовой окружности и системы координат можно легко найти синус, косинус, тангенс, котангенс любого угла. Для этого должны быть соблюдены два важных условия:

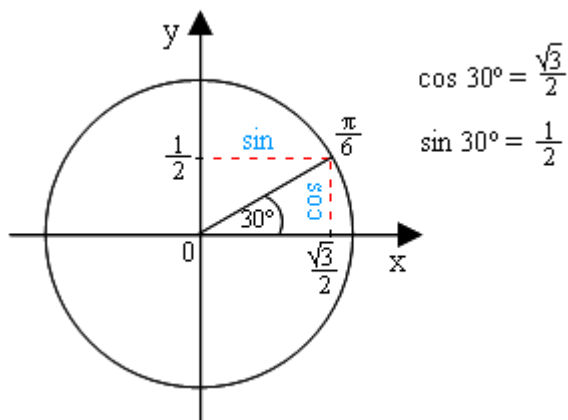
1) вершиной угла должен быть центр окружности, который одновременно является центром оси координат;

2) одной из сторон угла должен быть положительный луч оси x .

В этом случае ордината точки, в которой пересекаются окружность и вторая сторона угла, является синусом этого угла, а абсцисса этой точки – косинусом данного угла.

Пояснение. Нарисуем угол, одна сторона которого – положительный луч оси x , а вторая сторона выходит из начала оси координат (и из центра окружности) под углом 30° (см.рисунок). Тогда точка пересечения второй стороны с окружностью соответствует $\pi/6$. Нам известны ордината и абсцисса этой точки. Они же являются косинусом и синусом нашего угла:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}$$



$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

А зная синус и косинус угла, вы уже легко сможете найти его тангенс и котангенс.

Таким образом, числовая окружность, расположенная в системе координат, является удобным способом найти синус, косинус, тангенс или котангенс угла.

Но есть более простой способ. Можно и не рисовать окружность и систему координат. Можно воспользоваться простыми и удобными формулами:

$\sin \alpha^\circ = \sin \frac{\pi \alpha}{180}$	$\cos \alpha^\circ = \cos \frac{\pi \alpha}{180}$
---	---

Пример: найти синус и косинус угла, равного 60° .

Решение:

$$\sin 60^\circ = \sin \frac{\pi \cdot 60}{180} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

Пояснение: мы выяснили, что синус и косинус угла 60° соответствуют значениям точки окружности $\pi/3$. Далее просто находим в таблице значения этой точки – и таким образом решаем наш пример. Таблица синусов и косинусов основных точек числовой окружности – в предыдущем разделе и на странице «Таблицы».

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1 \\ \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}\end{aligned}$$

Основные тригонометрические тождества задают связь между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного угла. Они вытекают из определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса, а также [понятия единичной окружности](#). Они позволяют выразить одну тригонометрическую функцию через любую другую.

Подробное описание этих формул тригонометрии, их вывод и примеры применения смотрите в статье [основные тригонометрические тождества](#).

Формулы приведения следуют из [свойств синуса, косинуса, тангенса и котангенса](#), то есть, они отражают свойство периодичности тригонометрических функций, свойство симметричности, а также свойство сдвига на данный угол. Эти тригонометрические формулы позволяют от работы с произвольными углами переходить к работе с углами в пределах от нуля до 90 градусов.

Пример.

Используя формулы приведения, представьте $\sin 197^\circ$ через синус, а также через косинус острого угла.

Решение.

Чтобы применить формулы приведения, нам нужно угол 197 градусов представить в виде или $270^\circ \pm \alpha + 360^\circ \cdot z$, причем по условию задачи угол должен быть острым. Это можно сделать

двумя способами: $197^\circ = 180^\circ + 17^\circ$ или $197^\circ = 270^\circ - 73^\circ$. Таким образом,
 $\sin 197^\circ = \sin(180^\circ + 17^\circ)$ или $\sin 197^\circ = \sin(270^\circ - 73^\circ)$.

Обратившись к соответствующим формулам приведения $\sin(\pi + \alpha + 2\pi \cdot z) = -\sin \alpha$ и
 $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z\right) = -\cos \alpha$, получаем $\sin 197^\circ = \sin(180^\circ + 17^\circ) = -\sin 17^\circ$ и
 $\sin 197^\circ = \sin(270^\circ - 73^\circ) = -\cos 73^\circ$.

Пример.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z\right) \text{ и}$$

Используя мнемоническое правило, запишите формулы приведения для $\operatorname{tg}(\pi - \alpha + 2\pi \cdot z)$, считая угол α углом первой четверти.

Решение.

Первый шаг правила нам делать не придется, так как углы под знаками тригонометрических функций уже записаны в нужном виде.

Определим знак функций $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z\right)$ и $\operatorname{tg}(\pi - \alpha + 2\pi \cdot z)$. При условии, что α - угол первой четверти, угол $\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z$ тоже является углом первой четверти, а угол $\pi - \alpha + 2\pi \cdot z$ - углом второй четверти. Косинус в первой четверти имеет знак плюс, а тангенс во второй четверти

имеет знак минус. На этом этапе искомые формулы будут иметь вид $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z\right) = +$ и $\operatorname{tg}(\pi - \alpha + 2\pi \cdot z) = -$. Со знаками разобрались, можно переходить к заключительному шагу мнемонического правила.

Так как аргумент функции косинус имеет вид $\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z$, то название функции нужно поменять на кофункцию, то есть, на синус. А аргумент тангенса имеет вид $\pi - \alpha + 2\pi \cdot z$, следовательно, название функции нужно оставить прежним.

В итоге имеем $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z\right) = + \sin \alpha$ и $\operatorname{tg}(\pi - \alpha + 2\pi \cdot z) = - \operatorname{tg} \alpha$. Можно заглянуть в таблицу формул приведения, чтобы убедиться в правильности полученных результатов.

Ответ:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + 2\pi \cdot z\right) = \sin \alpha \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}(\pi - \alpha + 2\pi \cdot z) = - \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)} \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) - 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) - \operatorname{ctg}(\beta)} \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) + 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) + \operatorname{ctg}(\beta)}$$

Задания:

Учебник алгебры, стр. 5-10, №1,2 (в,г). Выучить формулы.

Рекомендации: №1, 2 для вычисления используйте формулы перевода из градусы в радианы и наоборот:

$\text{угол } \alpha^{\circ} = \frac{\pi \alpha}{180}$	$180^{\circ} = \pi$
--	---------------------

№3. Для решения этого номера воспользуйтесь таблицей со страницы 7, формулы Градусы-радианы.

№4,5. Выучить формулы.

Рекомендации: №4. Для решения используйте свойства единичной окружности, помните, что $|\sin \alpha| \leq 1$, $|\cos \alpha| \leq 1$, функции $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ могут быть любыми.

Рекомендации: №5. Для решения этого номера необходимо воспользоваться Основным тригонометрическим тождеством. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

№8,10. 9 (а). Выучить формулы.

Рекомендации: №8, 10. Для упрощения выражений, воспользуйтесь формулами

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= 1 \\ \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

Для решения №9 используйте формулы :

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)} \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) - 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) - \operatorname{ctg}(\beta)} \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) + 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) + \operatorname{ctg}(\beta)}$$

Норма времени: 6 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

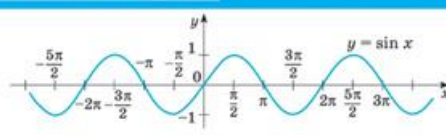
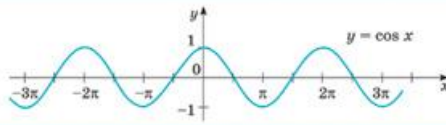
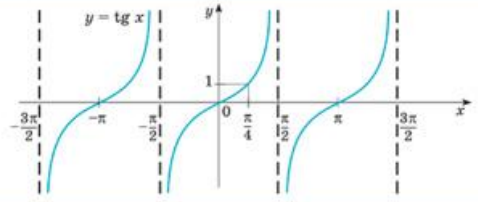
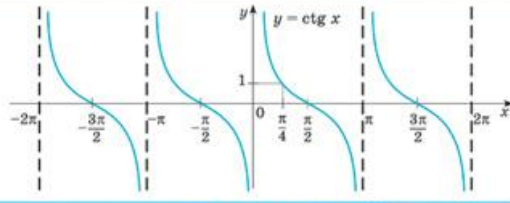
1. Колмогоров А.Н, Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа № 14

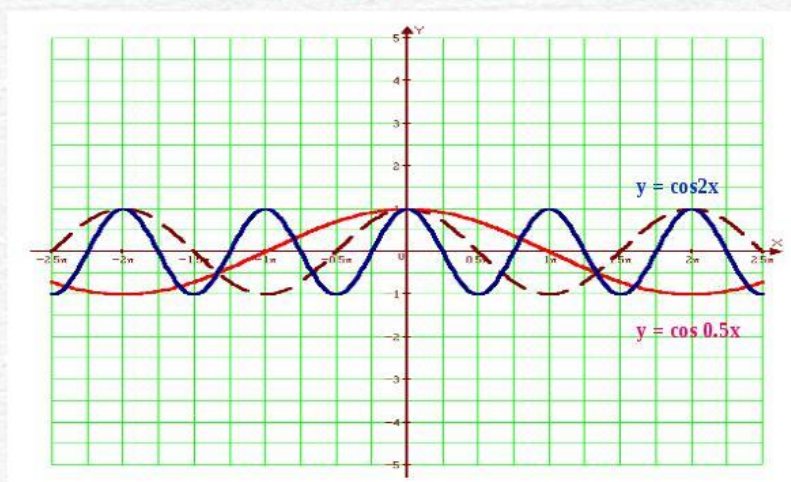
Тема №3.2 Тригонометрические функции и ее свойства. Обратные тригонометрические функции.

Цель: знать *основные тригонометрические функции, виды ее, свойства. Знать обратные тригонометрические функции. Уметь строить движение графиков функции, по графику читать свойства функций.*

Теория

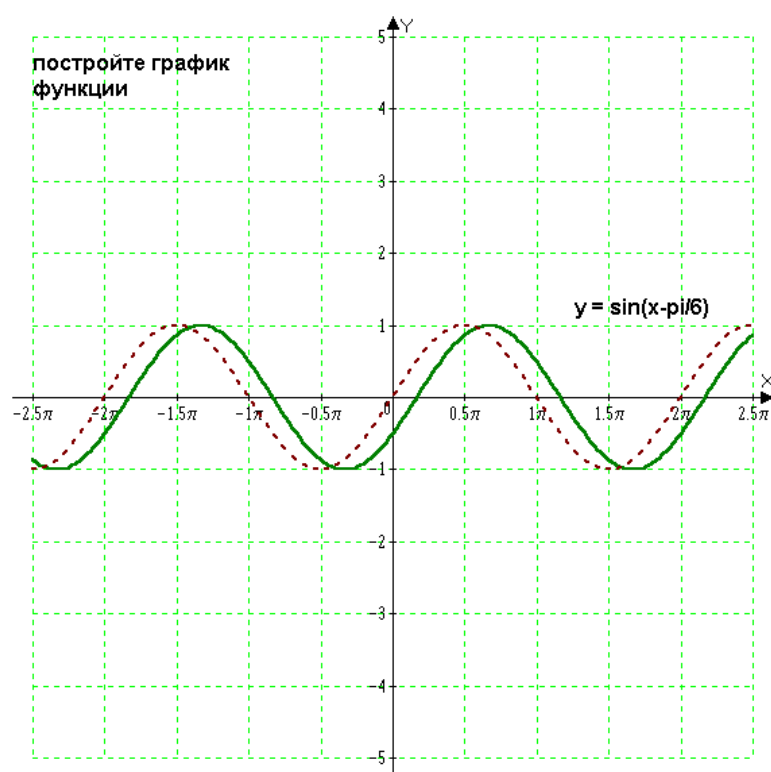
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ		
$y = \sin x$	$D(y) = (-\infty; +\infty)$ $E(y) = [-1; 1]$ Период $T = 2\pi$. Нечетная функция.	
$y = \cos x$	$D(y) = (-\infty; +\infty)$ $E(y) = [-1; 1]$ Период $T = 2\pi$. Четная функция.	
$y = \operatorname{tg} x$	$D(y) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$ $E(y) = (-\infty; +\infty)$ Период $T = \pi$. Нечетная функция. Возрастает на всей области определения. Асимптоты $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$.	
$y = \operatorname{ctg} x$	$D(y) = (\pi k; 2\pi k)$ $E(y) = (-\infty; +\infty)$ Период $T = \pi$. Убывает на всей области определения. Асимптоты $x = \pi k$.	

Преобразование графиков тригонометрических функций путем сжатия и растяжения



тригонометрические функции

вспомнить
правила



Четность-нечетность функции

Ключевые слова: функция, график, четная функция, нечетная функции, симметрия относительно оси, симметрия относительно начала координат.

Функция $y = f(x)$ называется четной, если для любого x из области определения функции выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

Четные функции: $y = |x|$, $y = x^2$, $y = \cos x$

График четной функции симметричен относительно оси OY .

Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для любого x из области определения функции выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

Нечетные функции: $y = 1/x$, $y = x^3$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, $y = \arcsin x$, $y = \operatorname{arctg} x$

График нечетной функции симметричен относительно начала координат O .

Из определения четной и нечетной функции следует, что область определения X как четной, так и нечетной функции должна обладать следующим свойством: если x принадлежит X , то и $-x$ принадлежит X , т.е. X – симметричное относительно начала координат O множество.

Периодичность тригонометрических функций.

Задача . Найдите основной период функции

$$f(x) = \sin(1,5x) + 5\cos(0,75x)$$

Решение:

$$1. D(f) = \mathbb{R}$$

Допустим T -период функции, тогда для любого x справедливо соотношение

$$\sin(1,5(x+T)) + 5\cos(0,75(x+T)) = \sin(1,5x) + 5\cos(0,75x)$$

Если $x=0$, то

$$\sin(1,5T) + 5\cos(0,75T) = \sin 0 + 5\cos 0$$

$$\sin(1,5T) + 5\cos(0,75T) = 5$$

Если $x=-T$, то

$$\sin 0 + 5\cos 0 = \sin(-1,5T) + 5\cos(0,75(-T))$$

$$5 = -\sin(1,5T) + 5\cos(0,75T)$$

$$\begin{cases} \sin(1,5T) + 5\cos(0,75T) = 5 \\ -\sin(1,5T) + 5\cos(0,75T) = 5 \end{cases}$$

Сложив, получим:

$$10\cos(0,75T) = 10$$

$$\cos \frac{3T}{4} = 1$$

$$\frac{3T}{4} = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$T = \frac{8\pi}{3}, n \in \mathbb{Z}$$

Выберем из всех “подозрительных” на период чисел $\frac{8\pi}{3}$ наименьшее положительное и проверим,

является ли оно периодом для f . Это число $\frac{8\pi}{3}$

Имеем:

$$f\left(x + \frac{8\pi}{3}\right) = \sin(1,5x + 4\pi) + 5\cos(0,75x + 2\pi) = \sin(1,5x) + 5\cos(0,75x) = f(x)$$

Значит $\frac{8\pi}{3}$ – основной период функции f .

Знать :Обратные тригонометрические функции (аркфункции): определение и свойства. Теоремы об аркфункциях. Доказательство числовых тождеств. Решение уравнений и неравенств с аркфункциями. Использование свойств монотонности обратных тригонометрических функций.

Определения обратных тригонометрических функций

Поскольку тригонометрические функции периодичны, то обратные к ним функции не однозначны. Так, уравнение $y = \sin x$, при заданном y , имеет бесконечно много корней. Действительно, в силу периодичности синуса, если x такой корень, то и $x + 2\pi n$ (где n целое) тоже будет корнем уравнения. Таким образом, **обратные тригонометрические функции многозначны**. Чтобы с ними было проще работать, вводят понятие их главных значений. Например, если для синуса $y = \sin x$, если ограничить аргумент x интервалом $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$, то на этом интервале функция $y = \sin x$ монотонно возрастает. Поэтому она имеет однозначную обратную функцию, которую называют арксинусом: $x = \arcsin y$.

Если особо не оговорено, то под обратными тригонометрическими функциями имеют в виду их главные значения, которые определяются следующими определениями.

Арксинус ($y = \arcsin x$) – это функция, обратная к синусу ($x = \sin y$), имеющая область определения и множество значений $[-1; 1]$ и $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ соответственно.

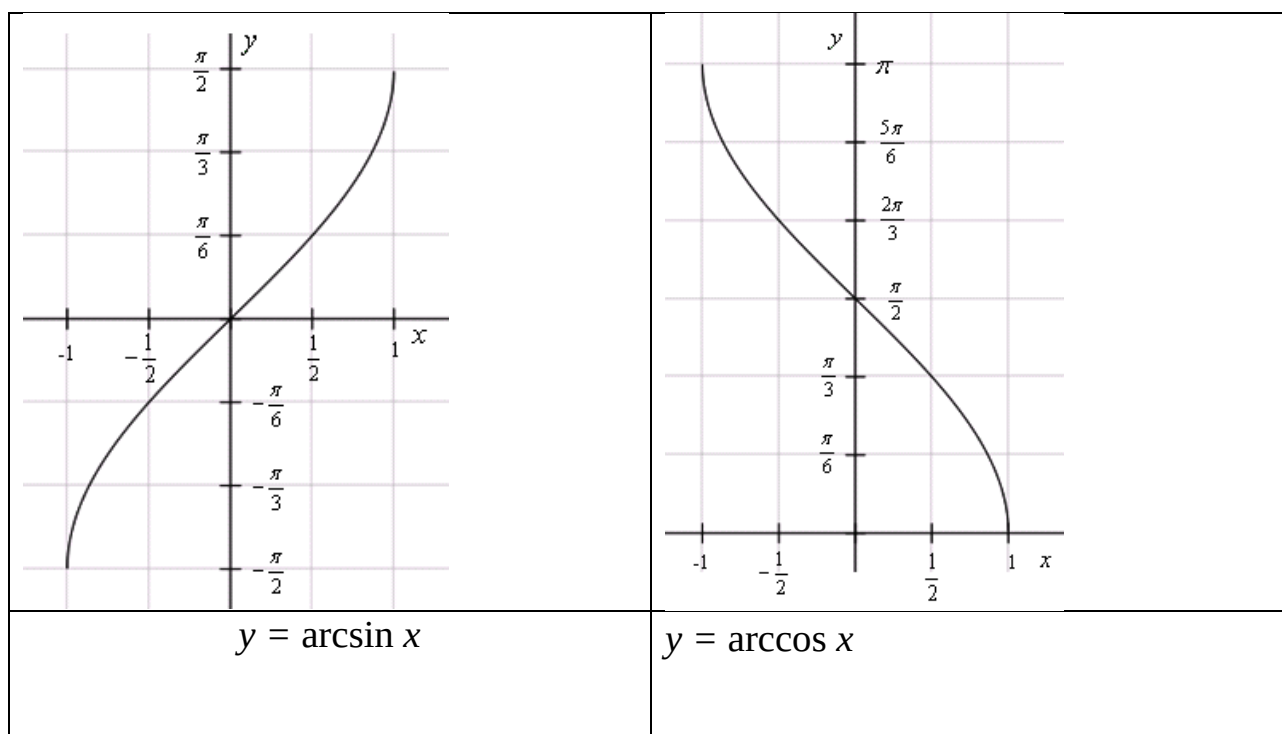
Арккосинус ($y = \arccos x$) – это функция, обратная к косинусу ($x = \cos y$), имеющая область определения и множество значений $[-1; 1]$ и $[0; \pi]$ соответственно.

Арктангенс ($y = \text{arctg } x$) – это функция, обратная к тангенсу ($x = \text{tg } y$), имеющая область определения и множество значений .

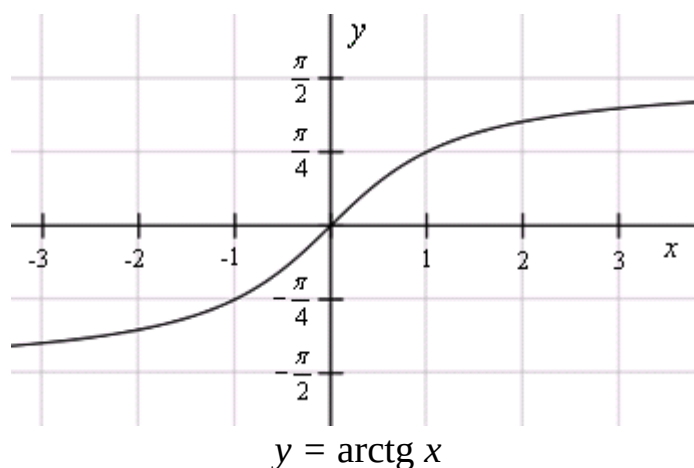
Арккотангенс ($y = \text{arcctg } x$) – это функция, обратная к котангенсу ($x = \text{ctg } y$), имеющая область определения и множество значений .

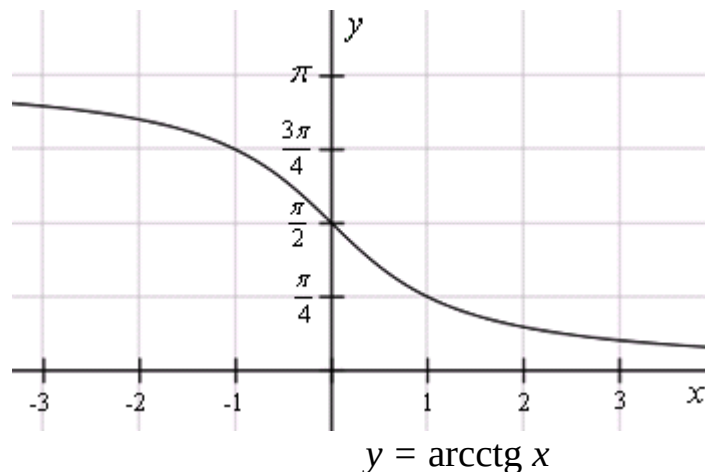
Графики обратных тригонометрических функций

Графики обратных тригонометрических функций получаются из графиков тригонометрических функций зеркальным отражением относительно прямой $y = x$.
См. разделы [Синус](#), [косинус](#), [Тангенс](#), [котангенс](#).



Обратные функции у тангенсу и котангенсу.





Задания:

Выполните практические упражнения по учебнику алгебры, стр.14-20. №17, 28
Повторите основные формулы тригонометрии.

Рекомендации к №17. Прибегните к помощи калькулятора и таблиц.

Рекомендации к №28.. Начертите единичную окружность, отметьте точки на окружности, переводя радианы в градусы.

П 2., №25,22, 29, стр.19-21

Рекомендации к №25. Используйте формулы тригонометрии, основное тригонометрическое тождество.

Рекомендации к №22. Используйте основное тригонометрическое тождество и знаки синусов, косинусов, тангенсов.

Рекомендации к №29. Для решения номера используйте формулу перехода от радиан к градусам.

П.2, №33, стр.20

Рекомендации к №33. Прежде чем строить график функции упростите выражение, используя мнемоническое правило, затем постройте функцию.

П.3. №49 (в,г), стр. 21-30

Рекомендации к №49. Для построения графиков функций используйте принцип движения графиков.

П.4, №51, 64, стр. 31-38

Рекомендации к №51. Для нахождения значений функции используйте метод подстановки.

Рекомендации к №64. Для нахождения наименьшего положительного периода функции воспользуйтесь формулой вычисления периода. Период функции= T (основной функции)/ $|k|$.

П.5, №85

Рекомендации к №85. Изучите тему «возрастание и убывание функций. Экстремум.

Постройте график функции, используя движение графиков. По графику определите промежутки возрастания, убывания и экстремум.

П. 6, №91, 92., стр. 40-48

Рекомендации к № 91. Для доказательства функции постройте график функции.

Рекомендации к №92. Используйте эскизы графиков функций.

П.7, №103,104, стр. 56-63

Рекомендации к № 103, 104. Исследуйте функцию, постройте график. По схеме исследования.

Норма времени: 6 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа №15

Тема №3.2. Тригонометрические функции и ее свойства. Обратные тригонометрические функции.

Реферат «Сложение гармонических колебаний».

Цель: популяризировать раздел математики, сделать ближе «математику» к жизни студента.

Методические рекомендации

изучите тему, реферат предоставьте по плану.

Норма времени: 2 часов

Критерии оценки: правильное оформление реферата, раскрытость и полнота темы.

Контроль выполнения: защите реферата.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с
2. ресурсы интернета.

Самостоятельная работа №16

Тема №3.3 Тригонометрические уравнения, тригонометрические неравенства.

Цель: *знать теорему о корне, обратные тригонометрические функции (арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс)., решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств., основные виды решения тригонометрических уравнений.*

Методические рекомендации

Теория

I. Решение простейших тригонометрических уравнений.

Уравнение	Формулы решения	Частные случаи
$\sin x = a$	при $ a \leq 1$ $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ при $ a > 1$ - решений нет	$\sin x = 0; x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\sin x = 1; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\sin x = -1, x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
$\cos x = a$	при $ a \leq 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $ a > 1$ - решений нет	$\cos x = 0; x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\cos x = 1; x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\cos x = -1; x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a$	a - любое число $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	-
$\operatorname{ctg} x = a$	a - любое число $x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	-

II. Тригонометрические уравнения.

Уравнение	Способ решения	Формулы
1. Уравнение содержит только синусы или косинусы (синусы и косинусы) вида $a \sin^2 f(x) + b \sin f(x) + c = 0$ $a \cos^2 f(x) + b \cos f(x) + c = 0$ и т.д.	Уравнение сводится к квадратному (биквадратному) относительно синуса (косинуса)	$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ $ax^2 + bx + c = 0$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
2. Однородное уравнение I степени вида $a \sin x + b \cos x = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$)	Деление обеих частей на $\cos x \neq 0$. Получаем: $\operatorname{atg} x + b = 0$	$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$
3. Однородное уравнение II степени вида $a \sin^2 f(x) + b \sin f(x) \cdot \cos f(x) + k \cos^2 f(x) = 0$	Деление обеих частей на $\cos^2 x \neq 0$. Получаем: $\operatorname{atg}^2 f(x) + b \operatorname{tg} x + k = 0$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
4. Уравнение вида $\operatorname{atg} x + b \operatorname{ctg} x + c = 0$	Уравнение сводится к квадратному относительно тангенса заменой $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$	$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

III. Основные тригонометрические тождества.

1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$; $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$; $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

2. $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \sin x = \operatorname{tg} x \cdot \cos x$

3. $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos x = \operatorname{ctg} x \cdot \sin x$

4. $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}$ и $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

5. $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

6. $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

IV. Формулы сложения.

1. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

2. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

3. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

4. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

5. $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

6. $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

V. Формулы двойного и половинного аргументов.

1. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

2. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$; $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$; $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

3. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$

4. $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

5. $\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$

6. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$

VI. Формулы суммы и разности одноименных тригонометрических функций.

1. $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

2. $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

3. $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

4. $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$

5. $\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$

Значения тригонометрических функций

град	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
радиан	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$		0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не существ
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не существ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Используя методические рекомендации, решите уравнения:

- $\sin 6x + \cos 6x = 1 - 2 \sin 3x$;
- $29 - 36 \sin^2(x - 2) - 36 \cos(x - 2) = 0$;
- $2 \sin x \cdot \cos x + \sqrt{3} - 2 \cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$;
- $\sin 4x = 2 \cos^2 x - 1$;
- $\sin x(\sin x + \cos x) = 1$;
- $\frac{1}{1 + \cos^2 x} + \frac{1}{1 + \sin^2 x} = \frac{16}{11}$.

Подсказки.

- Воспользуйтесь формулой двойного угла для $\sin 6x$ и $\cos 6x$.
- Обозначьте $x - 2 = t$, решите уравнение, сведя его к квадратному с помощью формулы $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$.
- Сгруппируйте 1-ое и 3-е слагаемые, примените разложение на множители.
- Воспользуйтесь формулой двойного угла для $\sin 4x$ и $\cos 4x$, формулой понижения степени $2 \cos^2 x - 1 = \cos 2x$.
- Раскройте скобки, примените основное тригонометрическое тождество.
- Приведите дроби к общему знаменателю, а затем используйте основное тригонометрическое тождество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, сведите уравнение к квадратному.

Задания:

Изучив тему выполните самостоятельно:

П. 7-8, №135, стр.64-69

Рекомендации к №135. Определите по графику функции.

П.8-9, №143, 144, 136, 142, стр.69-75

Рекомендации к №136, 142, 143, 144. Для решения уравнений используйте свойства функций. И знания решений простейших тригонометрических уравнений. И схему решения уравнений.

П.8, №147, стр. 74

Рекомендации № 147. Используйте сначала формулы

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)} \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) - 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) - \operatorname{ctg}(\beta)} \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) + 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) + \operatorname{ctg}(\beta)},$$

Тем самым упростите выражение, получите простейшее тригонометрическое уравнение. Решите его по схеме.

П.9-11, №166, стр. 83

Рекомендации к №166, 167. Для решения уравнений такого вида, используйте основное тригонометрическое тождество и правило замены переменной. Сведите данное уравнение к квадратному. Решите квадратное уравнение, получите корни. И решайте потом 2 простейших тригонометрических уравнения.

П.10, № 174 ,160 (б), стр. 84

Рекомендации к №174. Для решения уравнений используйте формулы понижения степени.

Рекомендации к №160. Для решения тригонометрических неравенств используйте

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) + \operatorname{tg}(\beta)}{1 - \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)} \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}(\beta)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}(\beta)}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) - 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) - \operatorname{ctg}(\beta)} \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg}(\alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\beta) + 1}{\operatorname{ctg}(\alpha) + \operatorname{ctg}(\beta)}$$

сначала формулы

Затем упростив неравенство, сведите его к простейшему тригонометрическому виду, решите неравенство по схеме.

Норма времени: 5 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа №17

Тема №3.3. Тригонометрические уравнения и неравенства

Реферат «Графическое решение уравнений и неравенств»

Цель: популяризировать раздел математики, сделать ближе «математику» к жизни студента научиться применять графический метод при решении уравнений и неравенств.

Рекомендации. Реферат составить по плану. Опишите основные виды решения уравнений и неравенств, и обоснуйте необходимость использования именно графического способа.

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: правильное оформление реферата, раскрытость и полнота темы.

Контроль выполнения: защита реферата

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с
2. ресурсы интернета.

Раздел 4.

Самостоятельная работа №18

Тема №4.1 Начала математического анализа (последовательности, производная)

Цель: Уметь применять определение производной и ее механический смысл к решению прикладных задач. Знать определение последовательностей, знать определение производной, правила дифференцирования и формулы вычисления производных, определение первообразной, правила вычисления первообразных, таблицу первообразных.

Методические рекомендации

Теория

Физический смысл первой производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $s(t)$ в момент времени t есть производная пути по времени, т.е.

$$s(t) = \frac{ds(t)}{dt} = s'(t)$$

Физический смысл второй производной.

Ускорение прямолинейного движения в данный момент времени есть первая производная скорости по времени или вторая производная пути по времени.

$$a(t) = v'(t) = s''(t)$$

Пример.

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением

$$S = t^3 - 6t^2 - 12t + 3.$$

В какой момент времени ускорение движения точки будет равно 24 м/с^2 ?

Решение.

А) Найдем скорость движения точки по формуле: $v(t) = S'(t)$

$$v(t) = (t^3 - 6t^2 - 12t + 3)' = 3t^2 - 12t - 12$$

б) Найти ускорение движения точки по формуле: $a(t) = v'(t)$

$$a(t) = (3t^2 - 12t - 12)' = 6t - 12$$

в) Из условия $a = 24 \text{ м/с}^2$, найти момент времени:

$$6t - 12 = 24$$

$$6t = 36$$

$$t = 6 \text{ с}$$

Ответ: 6 с.

❖ *Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.*

Правила.

$$1. C' = 0$$

$$2. x' = 1$$

$$3. (U \pm v)' = U' \pm v'$$

$$4. (U \cdot v)' = U' \cdot v + U \cdot v'$$

$$5. (C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$$

$$6. \left(\frac{U}{v}\right)' = \frac{U' \cdot v - U \cdot v'}{v^2}$$

Производные основных элементарных функций.

$$1. (x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \neq 0$$

$$2. (e^x)' = e^x$$

$$3. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$4. (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$5. (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$8. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$9. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$10. (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$11. (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$12. (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

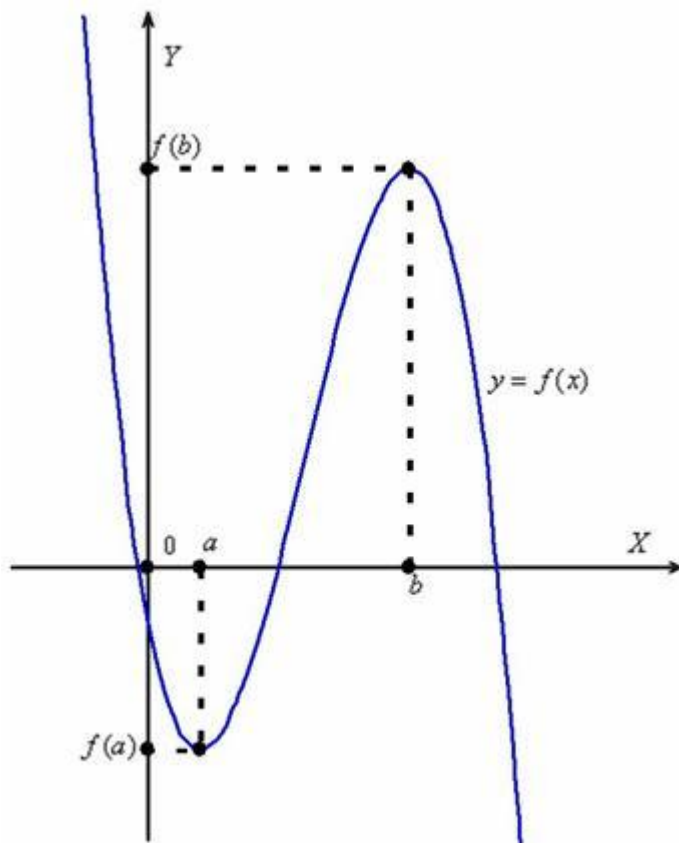
$$6. (\sin x)' = \cos x$$

$$13. (\operatorname{arccctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$7. (\cos x)' = -\sin x$$

Возрастание и убывание функции. Монотонность функции. Точки экстремума и экстремумы функции.

Рассмотрим некоторую функцию $y = f(x)$. Упрощённо полагаем, что она **непрерывна** на всей числовой прямой:



Функция **возрастает** на интервале, если для любых двух точек этого интервала, связанных отношением $x_2 > x_1$, справедливо неравенство $f(x_2) > f(x_1)$. То есть, большему значению аргумента соответствует большее значение функции, и её график идёт «снизу вверх». Демонстрационная функция $y = f(x)$ растёт на интервале (a, b) .

Аналогично, функция **убывает** на интервале, если для любых двух точек данного интервала, таких, что $x_2 > x_1$, справедливо неравенство $f(x_2) < f(x_1)$. То есть, большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции, и её график идёт «сверху вниз». Наша функция $y = f(x)$ убывает на интервалах $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$.

Если функция возрастает или убывает на интервале, то её называют **строго монотонной** на данном интервале. Что такое монотонность? Понимайте в буквальном смысле – однообразии.

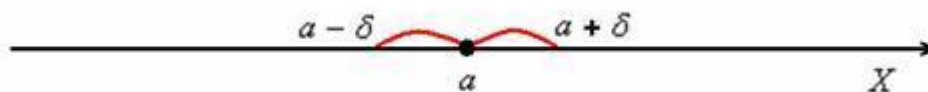
Также можно определить **неубывающую** функцию (смягчённое условие $f(x_2) \geq f(x_1)$ в первом определении) и **невозрастающую** функцию (смягчённое условие $f(x_2) \leq f(x_1)$ во 2-м определении). Неубывающую или невозрастающую функцию на интервале называют монотонной функцией на данном интервале (*строгая монотонность – частный случай «просто» монотонности*).

Теория рассматривает и другие подходы к определению возрастания/убывания функции, в том числе на полуинтервалах, отрезках, но чтобы не выливать на вашу голову масло-масло-масляное, договоримся оперировать открытыми интервалами с категоричными определениями – это чётче, и для решения многих практических задач вполне достаточно.

Таким образом, **в моих статьях за формулировкой «монотонность функции» почти всегда будут скрываться интервалы строгой монотонности** (строгого возрастания или строгого убывания функции).

Окрестность точки. Слова, после которых студенты разбегаются, кто куда может, и в ужасе прячутся по углам. ...Хотя после поста [Пределы по Коши](#) уже, наверное, не прячутся, а лишь слегка вздрагивают =) Не беспокойтесь, сейчас не будет доказательств теорем математического анализа – окрестности мне потребовались, чтобы строже сформулировать определения *точек экстремума*. Вспоминаем:

Окрестностью точки называют интервал, который содержит данную точку, при этом для удобства интервал часто полагают симметричным. Например, точка $x = a$ и её стандартная δ - окрестность:



Собственно, определения:

Точка x_0 называется **точкой строгого максимума**, если *существует* её δ - окрестность, **для всех** значений x которой за исключением самой точки x_0 выполнено неравенство $f(x) < f(x_0)$. В нашем конкретном примере это точка b .

Точка x_0 называется **точкой строгого минимума**, если *существует* её δ - окрестность, **для всех** значений x которой за исключением самой точки x_0 выполнено неравенство $f(x) > f(x_0)$. На чертеже – точка «а».

Примечание: требование симметричности окрестности вовсе не обязательно. Кроме того, важен **сам факт существования** окрестности (хоть малюсенькой, хоть микроскопической), удовлетворяющей указанным условиям

Точки a, b называют **точками строго экстремума** или просто **точками экстремума** функции. То есть это обобщенный термин точек максимума и точек минимума.

Как понимать слово «экстремум»? Да так же непосредственно, как и монотонность. Экстремальные точки американских горок.

Как и в случае с монотонностью, в теории имеют место и даже больше распространены нестрогие постулаты (*под которые, естественно, подпадают рассмотренные строгие случаи!*):

Точка x_0 называется **точкой максимума**, если существует её окрестность, такая, что **для всех** значений x данной окрестности выполнено неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Точка x_0 называется **точкой минимума**, если существует её окрестность, такая, что **для всех** значений x данной окрестности выполнено неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Заметьте, что согласно последним двум определениям, любая точка функции-константы (либо «ровного участка» какой-нибудь функции) считается как точкой максимума, так и точкой минимума! Функция $f(x) = C$, к слову, одновременно является и невозрастающей и неубывающей, то есть монотонной. Однако оставим сии рассуждения теоретикам, поскольку на практике мы почти всегда созерцаем традиционные «холмы» и «впадины» (см. чертёж) с уникальным «царём горы» $f(b)$ или «принцессой болота» $f(a)$. Как разновидность, встречается *остриё*, направленное вверх либо вниз, например, минимум функции $y = |x|$ в точке $x = 0$.

Да, кстати, о королевских особах:

- значение $f(b)$ называют **максимумом** функции;
- значение $f(a)$ называют **минимумом** функции.

Общее название – **экстремумы** функции.

Пожалуйста, будьте аккуратны в словах!

Точки экстремума – это «иксовые» значения.

Экстремумы – «игрековые» значения.

! Примечание: иногда перечисленными терминами называют точки «икс-игрек», лежащие непосредственно на САМОМ ГРАФИКЕ функции

1. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Чтобы найти **наибольшее или наименьшее значение функции на отрезке**, нужно исследовать поведение функции на данном отрезке с помощью производной.

Для этого мы следуем известному алгоритму:

1. Находим ОДЗ функции.
2. Находим производную функции
3. Приравниваем производную к нулю
4. Находим промежутки, на которых производная сохраняет знак, и по ним определяем промежутки возрастания и убывания функции:

Если на промежутке I производная функции $f'(x) > 0$, то функция $y = f(x)$ **возрастает на этом промежутке**.

Если на промежутке I производная функции $f'(x) < 0$, то функция $y = f(x)$ **убывает на этом промежутке**.

5. Находим точки максимума и минимума функции.

В точке максимума функции производная меняет знак с «+» на «-».

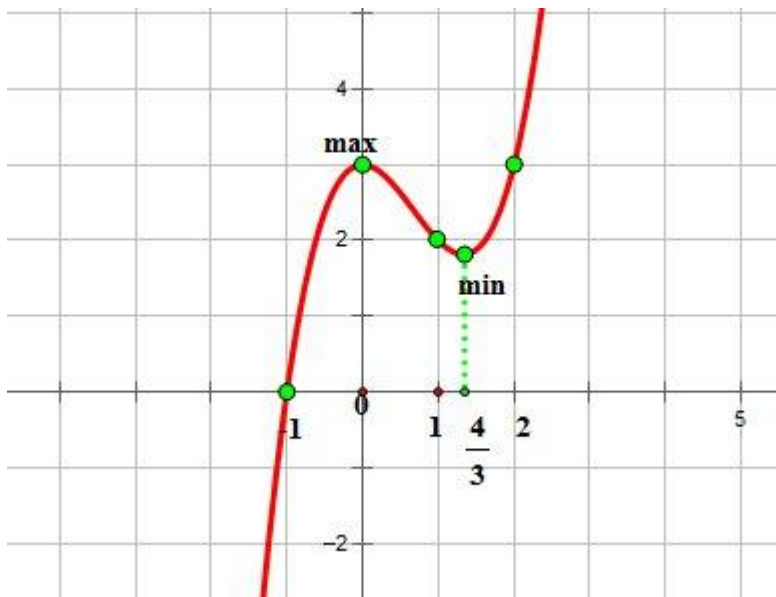
В точке минимума функции производная меняет знак с «-» на «+».

6. Находим значение функции в концах отрезка,

- затем сравниваем значение функции в концах отрезка и в точках максимума, и **выбираем из них наибольшее, если нужно найти наибольшее значение функции**
- или сравниваем значение функции в концах отрезка и в точках минимума, и **выбираем из них наименьшее, если нужно найти наименьшее значение функции**

Однако, в зависимости от того, как себя ведет функция на отрезке, этот алгоритм можно значительно сократить.

Рассмотрим функцию $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$. График этой функции выглядит так:



В зависимости от того, на каком промежутке мы будем рассматривать функцию, алгоритм нахождения наибольшего или наименьшего значения будет различным.

1. Рассмотрим функцию на отрезке $x \in [-1; 0]$

Функция возрастает на этом отрезке, поэтому наибольшее значение она будет принимать в правом конце отрезка: $f(0)$, а наименьшее – в левом: $f(-1)$.

2. Рассмотрим функцию на отрезке $x \in [-1; 1]$

Очевидно, что наибольшее значение функция принимает в точке максимума $f(0)$, а наименьшее – в одном из концов отрезка, то есть надо найти значения $f(-1)$ и $f(1)$ и выбрать из них наименьшее.

3. Если мы рассмотрим функцию на отрезке $x \in [-1; 2]$, то чтобы найти наибольшее значение, нам нужно будет сравнить значения функции в точке максимума и в правом конце отрезка, то есть $f(0)$ и $f(2)$.

Чтобы найти наименьшее значение функции, нам нужно будет сравнить значения функции в точке минимума и в левом конце отрезка, то есть $f\left(\frac{4}{3}\right)$ и $f(-1)$.

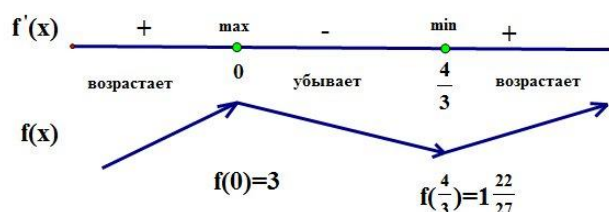
Эти рассуждения очевидны, если перед глазами есть график функции. Но эскиз графика легко нарисовать, проведя исследование функции с помощью производной:

1. ОДЗ функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ - множество действительных чисел.

2. $f'(x) = 3x^2 - 4x$

3. $3x^2 - 4x = 0$, если $x_1 = 0$ или $x_2 = \frac{4}{3}$

Нанесем корни производной на числовую ось и расставим знаки. Теперь поведение функции легко определить, и, следуя за стрелками, символизирующими возрастание – убывание, можно схематично изобразить ее график:



2. Найдите наибольшее значение функции $y = 15x - 3 \sin x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

1. Функция $y = 15x - 3 \sin x + 5$ определена при всех действительных значениях x

2. $y' = 15 - 3 \cos x$

3. $15 - 3 \cos x = 0$

$\cos x = 5$ Очевидно, что это уравнений не имеет решений, и производная при всех значениях x положительна. Следовательно, функция $y = 15x - 3 \sin x + 5$ возрастает и принимает наибольшее значение в правом конце промежутка, то есть при $x=0$.

$$Y(0)=5$$

Ответ: 5.

Задания:

П.14-15, №193, и №195 Рекомендации к №193. Найдите производную и подставьте в нее точку.

Рекомендации к №195: Найдите уравнение касательной к графику функции, для этого запишите уравнение касательной и найдите составные части данного уравнения.

1 вариант

1. Тело движется вверх по закону

$$S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ с начальной скоростью}$$

$v_0 = 30 \text{ м/с}$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Через сколько секунд скорость станет равной 10 м/с ?

2. Найдите силу, действующую на тело массой 5 кг , движущееся по закону $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t + 1$ в момент времени $t = 3 \text{ с}$.

3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m = 2 \text{ кг}$, движущейся по закону $S(t) = 3t^2 + 4$ в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

4. Точка движется по прямой по закону $S(t) = 2t^2 - 3t - 1$. Найти ускорение точки в момент времени $t = 2 \text{ с}$.

2 вариант

1. Тело движется вверх по закону

$$S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ с начальной скоростью}$$

$v_0 = 50 \text{ м/с}$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Через сколько секунд скорость станет равной 20 м/с ?

2. Тело массой 3 кг движется по прямой согласно уравнению $S(t) = 2t^3 - 2t + 3$. Найдите действующую на него силу в момент времени $t = 5 \text{ с}$.

3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m = 3 \text{ кг}$, движущейся по закону $S(t) = 5t^2 + 2$ в момент времени $t = 3 \text{ с}$.

4. Точка движется по прямой по закону $S(t) = 3t^2 + 4t - 2$. Найти ускорение точки в момент времени $t = 1 \text{ с}$.

Задания по теме «Последовательности. Производная.»

П.12-13, №181, №178 (г)

Рекомендации к № 178(г): Для того, что выполнить упражнение воспользуйтесь формулами приращения функции и приращения аргумента.

Рекомендации к №181: по графику определите среднюю скорость движения на разных промежутках времени.

Вычисление производной: П.15, №216, 220

Рекомендации к №216: Вычислите производную и приравняйте ее к нулю. (См. правила дифференцирования.)

Рекомендации к №220: Используя формулу сложной функции вычислите. (См. формулу: производная сложной функции $f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$)

Производная тригонометрической и сложной функции П.16-17, №229, 230

Рекомендации к №229: Найдите производную сложной функции, используя формулу: $f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Рекомендации к №230: Найдите производную сложной функции, используя формулу:

$$f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \text{ и } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

Исследование функций: П. 22-25, №290, 280, П.25, №307

Рекомендации к №280: Для того чтобы выполнить упражнение необходимо знать схему исследования функции на возрастание и убывание.

1. Найдите область определения функции
2. Вычислите производную.
3. Производную приравняйте к нулю. Найдите x .
4. На числовой прямой отметьте значения x , затем расставьте знаки функции, предварительно подставив их в производную. Определите промежутки возрастания и убывания.

Рекомендации к №290: Выучите определение критических точек.

Чтобы определить критические точки, исследуйте функцию по схеме.

1. Найдите область определения функции
2. Вычислите производную.
3. Производную приравняйте к нулю. Найдите x .

Рекомендации к №307. Изучив тему, нахождение наибольшего и наименьшего значения на отрезке, решите данное упражнение.

1. Найдите область определения функции
2. Вычислите производную.
3. Производную приравняйте к нулю. Найдите x . Попадает ли x в отрезок? Если, да, то:
4. найдите значение функции в точке x , и в концах отрезка.
5. Выберите наибольшее и наименьшее значение.

Норма времени: 11 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа №19

Тема № 4.2 Начала математического анализа .

Первообразная и правила вычисления.

Цель: изучить тему первообразная, научиться применять основные свойства первообразной, вычислять площадь криволинейной трапеции.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ФАКТЫ

Определение: $F(x)$ – первообразная функции $f(x)$, если $(F(x))' = f(x)$.

Правила нахождения первообразных:

1. Постоянный коэффициент можно выносить за знак интегрирования:

функции $k \cdot f(x)$ соответствует первообразная $k \cdot F(x)$.

2. Первообразная суммы функций равна сумме первообразных этих функций:

сумме функций $f_1(x) + f_2(x)$ соответствует сумма первообразных $F_1(x) + F_2(x)$.

ТАБЛИЦА ПЕРВООБРАЗНЫХ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Функция	Общий вид первообразной	Функция	Общий вид первообразной
k (константа)	$kx + C$	$\sin x$	$-\cos x + C$
x^n ($n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
e^x	$e^x + C$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$		

Примеры: 1. Найти общий вид первообразной для функции $f(x)$ на промежутках:

а) $f(x) = -x^3$ на $(-\infty; +\infty)$; $F(x) = -\frac{x^4}{4} + C$;

$$\text{б) } f(x) = x + \cos x \text{ на } (-\infty; +\infty); F(x) = \frac{x^2}{2} + \sin x + C;$$

$$\text{в) } f(x) = 2 - \frac{1}{x^2} \text{ на } (-\infty; 0) \cup (0; +\infty); F(x) = 2x + \frac{1}{x} + C.$$

$$\int_1^2 x \, dx = \left. \frac{x^2}{2} \right|_1^2 = \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 1,5$$

2. Вычислить интеграл: а)

$$\text{б) } \int_{-1}^2 x^2 \, dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-1}^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = 3; \quad \int_1^{10} \frac{dx}{x^2} = \left. -\frac{1}{x} \right|_1^{10} = -\frac{1}{10} - \left(-\frac{1}{1}\right) = \frac{9}{10};$$

$$\text{г) } \int_{-\pi}^{2\pi} \sin \frac{x}{3} \, dx = \left. -3 \cos \frac{x}{3} \right|_{-\pi}^{2\pi} = -3 \left(\cos \frac{2\pi}{3} - \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) \right) = -3 \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) = 3.$$

3. Найти первообразную функции $f(x) = 4x^3 - 3x^2$, для которой $F(1) = 3$.

Решение: $\int f(x) \, dx = F(x) + C$.

В нашем случае: $\int (4x^3 - 3x^2) \, dx = x^4 - x^3 + C$.

Найдем C из условия $F(1) = 3$: $1^4 - 1^3 + C = 3; \quad 0 + C = 3; \quad C = 3$.

Следовательно, искомая первообразная имеет вид $F(x) = x^4 - x^3 + 3$.

Три правила нахождения первообразных

Существует три основных правила нахождения первообразных функций. Они очень похожи на соответствующие правила дифференцирования.

Правило 1

Если F есть первообразная для некоторой функции f , а G есть первообразная для некоторой функции g , то $F + G$ будет являться первообразной для $f + g$.

По определению первообразной $F' = f$, $G' = g$. А так как эти условия выполняются, то по правилу вычисления производной для суммы функций будем иметь:

$$(F + G)' = F' + G' = f + g.$$

Правило 2

Если F есть первообразная для некоторой функции f , а k - некоторая постоянная. Тогда $k \cdot F$ есть первообразная для функции $k \cdot f$. Это правило следует из правила вычисления производной сложной функции.

Имеем: $(k \cdot F)' = k \cdot F' = k \cdot f$.

Правило 3

Если $F(x)$ есть некоторая первообразная для функции $f(x)$, а k и b есть некоторые постоянные, причем k не равняется нулю, тогда $(1/k) \cdot F'(k \cdot x + b)$ будет первообразной для функции $f(k \cdot x + b)$.

Данное правило следует из правила вычисления производной сложной функции:

$$((1/k) \cdot F'(k \cdot x + b))' = (1/k) \cdot F''(k \cdot x + b) \cdot k = f(k \cdot x + b).$$

Рассмотрим несколько примеров применения этих правил:

Пример 1. Найти общий вид первообразных для функции $f(x) = x^3 + 1/x^2$. Для функции x^3 одной из первообразных будет функция $(x^4)/4$, а для функции $1/x^2$ одной из первообразных будет являться функция $-1/x$. Используя первое правило, имеем:

$$F(x) = x^4/4 - 1/x + C.$$

Пример 2. Найдем общий вид первообразных для функции $f(x) = 5 \cdot \cos(x)$. Для функции $\cos(x)$ одна из первообразных будет являться функция $\sin(x)$. Если теперь воспользоваться вторым правилом, то будем иметь:

$$F(x) = 5 \cdot \sin(x).$$

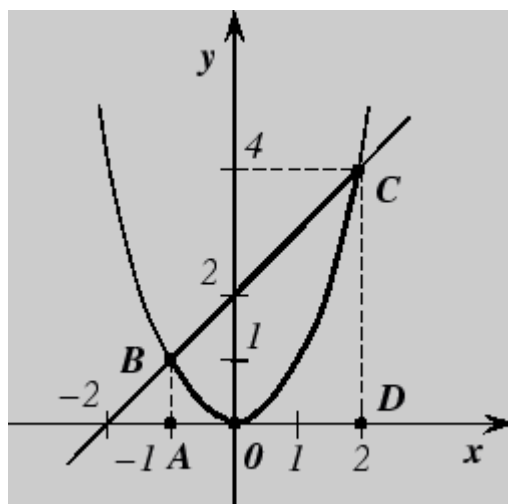
Пример 3. Найти одну из первообразных для функции $y = \sin(3 \cdot x - 2)$. Для функции $\sin(x)$ одной из первообразных будет являться функция $-\cos(x)$. Если теперь воспользоваться третьим правилом, то получим выражение для первообразной:

$$F(x) = (-1/3) \cdot \cos(3 \cdot x - 2)$$

Площадь криволинейной трапеции.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = x + 2$.

Решение: Изобразим фигуру, площадь которой требуется найти.



Найдем абсциссы точек пересечения графиков функций $y = x^2$ и $y = x + 2$.

$$x^2 = x + 2; \quad x^2 - x - 2 = 0; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = 2.$$

Заданная фигура сверху ограничена прямой $y = x + 2$, а снизу – дугой параболы $y = x^2$.

Площадь заданной фигуры вычисляется как разность площадей трапеции $ABCD$ и криволинейной трапеции $ABOCD$.

1 способ. Вычислим площадь S_1 трапеции $ABCD$ по геометрической формуле:

$$S_1 = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot AD; \quad S_1 = \frac{1}{2} (1 + 4) \cdot 3 = 7,5.$$

Площадь S_2 криволинейной трапеции $ABOCD$ найдем по формуле Ньютона-Лейбница:

$$S_2 = \int_{-1}^2 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_{-1}^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{8+1}{3} = 3.$$

$$S = S_1 - S_2 = 7,5 - 3 = 4,5 \text{ (67A. ед.)}.$$

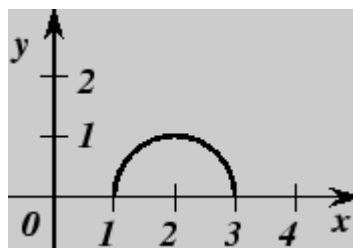
2 способ. Найдем площадь заданной фигуры с помощью интеграла:

$$\int_{-1}^2 (x + 2 - x^2) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \left(\frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right) - \left(\frac{(-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1) - \frac{(-1)^3}{3} \right)$$

(67A. ед.).

5. Вычислить определенный интеграл, пользуясь его геометрическим смыслом:

$$\int_1^3 \sqrt{4x - x^2 - 3} dx = \frac{\pi}{2}$$



Подынтегральная функция: $y = \sqrt{(4x - x^2 - 3)}$.

Тогда $y^2 = 4x - x^2 - 3$, значит, $y^2 + x^2 - 4x + 4 = 1$; имеем уравнение окружности $(x - 2)^2 + y^2 = 1$. Нужная нам фигура – верхняя половина круга, ограниченного указанной окружностью (см. рисунок).

Изучив тему, выполните упражнения:

Задания:

П.26-27, №327, № 334

Рекомендации к № 327: Используйте определение первообразной: $(F(x))' = f(x)$

Рекомендации к №334: Вспомнив формулы вычисления производных и первообразных решите упражнение. Из трех представленных функций определите, где сама функция, где ее производная, а где-первообразная.

П.28, №342, №345

Рекомендации к № 342: Найдите общий вид первообразных для функции.

Используйте 3 правила вычисления первообразных.

Рекомендации к № 345: Вычислите первообразную функции и подставьте точку М, помните : первая координата-х, вторая координата –у. (См пример выше.)

Площадь криволинейной трапеции. П.29, №354 (в,г), 356 (в,г), №357

Рекомендации к № 354 (в, г): Постройте график функции, ограниченной линиями.

Используйте свойство первообразных. $S(x)=F(b)-F(a)$.

Рекомендации к № 356 (в, г): Вычислите площадь фигуры, используя 3 правила вычисления первообразных и формулу $S(x)=F(b)-F(a)$.

Рекомендации к № 357. Вычислите интеграл. $S(x)=F(b)-F(a)$.

Повторить весь материал к контрольной работе.

Норма времени: 14 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Раздел 5.

Самостоятельная работа №20

Интеграл, применение интеграла.

Цель: *знать определение интеграла, правила вычисления интеграла. Знать тему применение интеграла, т.е. вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла.*

Методические рекомендации Теория

Формула Ньютона – Лейбница (для нахождения значения определенного интеграла):

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Геометрический смысл определенного интеграла

$$\int_a^b f(x) dx$$

Абсолютная величина значения определенного интеграла равна площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком подынтегральной функции $f(x)$, осью абсцисс и прямыми $x = a$, $x = b$.

Применение интеграла

Объём тела вращения

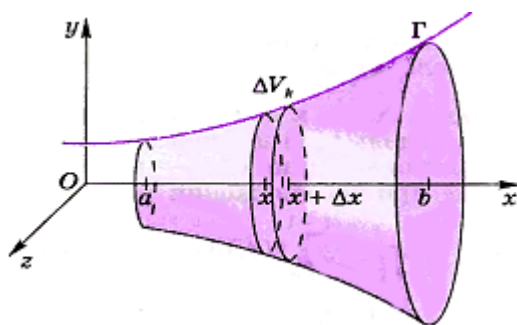
Пусть Γ график непрерывной положительной функции $y=f(x)$ в прямоугольной системе координат xOy .

Необходимо вычислить объём тела вращения, ограниченного поверхностью вращения кривой Γ вокруг оси x и плоскостями, проходящими через точки $x = a$, $x = b$ перпендикулярно оси x .

Если тело разбито на части как можно найти его объём?

Объём тела равен сумме объёмов тел, его составляющих.

Поэтому можно разбить наше тело на части.



$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

По определению определённого интеграла вычисления объёма тела вращения.

мы получили формулу для

Задача 1.

К движущейся по прямой точке приложена направленная вдоль этой прямой сила $F=2x-1$, где x – координата движущейся точки. Вычислите работу силы F по перемещению точки от 0 до 3.

Решение:

$$W = \int_a^b f(x) dx$$

$$W = \int_0^3 (2x - 1) dx = (x^2 - x) \Big|_0^3 = 6$$

Изучив тему, выполните практические задания.

Задания:

П.30, №359,362, 367,

Рекомендации к № 359: Докажите справедливость равенства. Для этого решите оба интеграла, и если ответы совпадут, то равенство будет верным.

Рекомендации к № 362: Вычислите интеграл, воспользуйтесь правилом №3 вычисления первообразных.

Рекомендации к № 367: Вычислите площадь фигуры. Постройте график функции, воспользуйтесь свойством касательной в точке.

П.31, №372,373, 378, 380,

Рекомендации к № 372: Для выведения формул, изучите тему применение интеграла. Используйте определенный интеграл. Предварительно выполните рисунок-чертеж.

Рекомендации к №373. Для выведения формул, изучите тему применение интеграла. Используйте определенный интеграл. Предварительно выполните рисунок-чертеж. И формулу: $A = \int_a^b f(x) dx$

Рекомендации к №378. Для выведения формул, изучите тему применение интеграла. Используйте определенный интеграл. Предварительно выполните рисунок-чертеж. И формулу: $A = \int_a^b f(x) dx$

Рекомендации к №380. Для нахождения центра масс используйте формулу $\int_a^B x p(x) dx$, где p – плотность.

Повторить пройденный материал к контрольной работе.

Норма времени: 10 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н, Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. Изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Раздел 6. Корни, степени и логарифмы. Показательная и логарифмическая функции

Самостоятельная работа №21

Тема № 6.1 Обобщения понятия степени. Иррациональные уравнения.

Цель: Знать основные свойства степеней, свойства корня n -й степени, определение арифметического корня n -й степени и иррациональных уравнений, методы решения иррациональных уравнений.

Методические рекомендации

Теория

Определение 1 :

Корнем n – й степени из неотрицательного числа a ($n = 2, 3, 4, 5, \dots$) называют такое неотрицательное число, которое при возведении в степень n даёт в результате число a .

Это число обозначают: $\sqrt[n]{a}$

- подкоренное выражение

-показатель корня

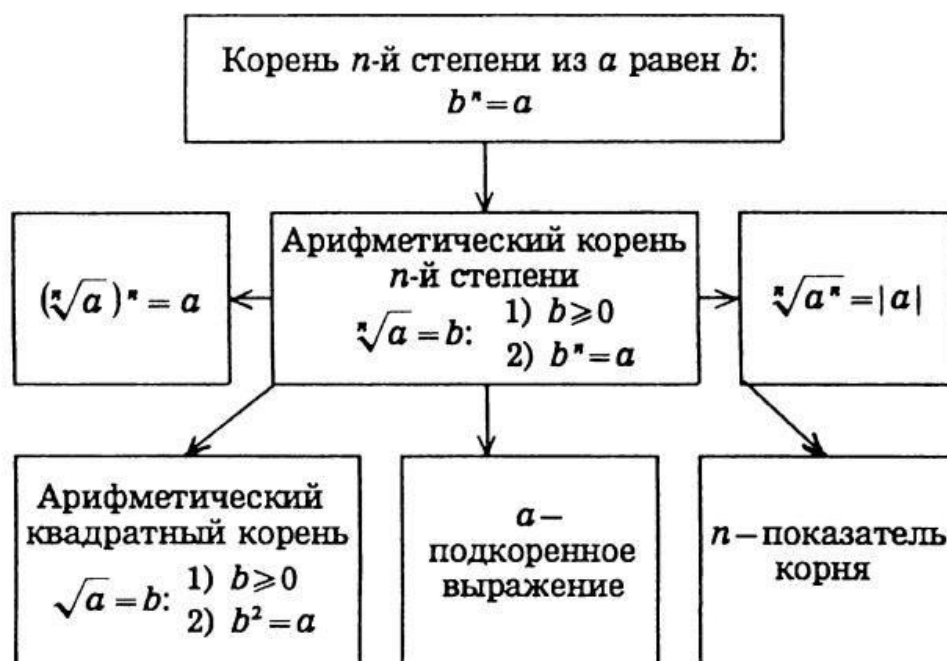
Если $a \geq 0$, $n = 2, 3, 4, 5, \dots$, то

$$1) \sqrt[n]{a} \geq 0; \quad 2) (\sqrt[n]{a})^n = a;$$

Операцию нахождения корня из неотрицательного числа называют **извлечением корня**.

КОРЕНЬ n -Й СТЕПЕНИ

Арифметический корень n -й степени



Свойства арифметических корней

№	Свойство, $a \geq 0; b \geq 0$	Пример
1	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{8 \cdot 27 \cdot 125} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{125} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
2	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$	$\sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = \frac{3}{2}$
3	$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$	$(\sqrt[3]{a^2})^3 = \sqrt[3]{(a^2)^3} = \sqrt[3]{a^6}$
4	$\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$	$\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[4 \cdot 3]{a} = \sqrt[12]{a}$
5	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^{k \cdot m}}} = \sqrt[n]{a^k}$	$\sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2}$ (показатели корня и подкоренного выражения разделили на 2)

shkolapifagora.myl.ru

Покажем примеры: $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}}$ и $\sqrt[10]{2,3 : \frac{2}{3}} = \sqrt[10]{2,3 : \frac{2}{3}}$

Иррациональные уравнения

Формулы для повторения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2;$$

Решение квадратных уравнений:

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$\text{Если } D > 0, \text{ то } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{Если } D = 0, \text{ то } x = \frac{-b}{2a}$$

Если $D < 0$, то корней нет

$$a^0 = 1; \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}; \quad \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad (\sqrt{a})^2 = a; \quad (\sqrt[n]{a})^n = a$$

- Иррациональным называется уравнение, в котором неизвестное (переменная) содержится под знаком корня или под знаком операции возведения в рациональную (дробную) степень.

- Для решения иррациональных уравнений обычно используются следующие приемы:

1) «уединение» корня в одной из частей уравнения и возведение в соответствующую степень;

2) введение новой переменной;

3) сведение к системе уравнений;

4) применение свойств функций, входящих в уравнение.

- Следует помнить, что при решении иррациональных уравнений необходима проверка всех найденных корней путем их подстановки в исходное уравнение или нахождение ОДЗ и следующий анализ корней (при решении методом приведения к равносильной смешанной системе уравнений и неравенств необходимость в этом отпадает).
- Простейшим иррациональным уравнением является уравнение вида:

$$\sqrt[n]{f(x)} = g(x), \quad (*)$$

при решении которого важную роль играет четность или нечетность n .

Если n - нечетное, то уравнение (*) равносильно уравнению

$$f(x) = (g(x))^n.$$

Если n - четное, то, так как корень считается арифметическим, необходимо учитывать ОДЗ (область допустимых значений): $f(x) \geq 0$. Уравнение (*) в этом случае равносильно системе:

$$\begin{cases} f(x) = (g(x))^n \\ g(x) \geq 0 \end{cases}.$$

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt[3]{x^3 - 2x + 1} = 1$.

Решение. Так как в данном примере $n = 3$ - нечетное, то после возведения обеих частей уравнения в третью степень получим равносильное данному уравнение:

$$x^3 - 2x + 1 = 1^3 \Leftrightarrow x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Ответ: $x_1 = -\sqrt{2}$, $x_2 = 0$, $x_3 = \sqrt{2}$.

Пример 2. Решить уравнение $\sqrt{x+1} = 2-x$.

Решение. Так как $n = 2$ - четное, то исходное уравнение равносильно системе:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x+1 = (2-x)^2 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 4-4x+x^2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+3=0 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}. \end{aligned}$$

Ответ: $x = (5 - \sqrt{13})/2$.

- Иногда встречаются уравнения вида $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$, которые решаются следующим образом:

$$\begin{aligned} &\text{- нечетное} \Rightarrow f(x) = g(x) \\ &\Rightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases} \\ &n - \text{четное} \end{aligned}$$

Пример. Решить уравнение $\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+1} = 0$.

Решение. Запишем данное уравнение в виде: $\sqrt{2x+6} = \sqrt{x+1}$. Возводя обе части в квадрат и учитывая, что $x+1 \geq 0$, получим уравнение $2x+6=x+1$, решение которого есть $x=-5$ – не удовлетворяет выписанному условию. Значит, данное уравнение не имеет решений.

Ответ: нет решений

- Иногда иррациональное уравнение содержит несколько радикалов. В этом случае для избавления от радикалов уравнение приходится возводить в соответствующую степень несколько раз. При этом предварительно уединяют один из радикалов так, чтобы обе части уравнения стали неотрицательными. Особое внимание следует обратить на правильное нахождение ОДЗ.

Пример. Решить уравнение $\sqrt{2x-9} - \sqrt{x-3} = 1$.

Решение. Запишем уравнение в виде: $\sqrt{2x-9} = 1 + \sqrt{x-3}$. Так как теперь обе части полученного уравнения неотрицательны, то возведем их в квадрат:

$$2x-9 = 1 + x-3 + 2\sqrt{x-3} \Leftrightarrow x-7 = \sqrt{x-3}.$$

Полученное уравнение равносильно исходному. Для его решения рассмотрим систему:

$$\begin{cases} x-7 \geq 0 \\ (x-7)^2 = 4(x-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x^2 - 14x + 49 = 4x - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x^2 - 18x + 61 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 7 \\ x = 9 \pm \sqrt{20} \end{cases} \Leftrightarrow x = 9 + \sqrt{20}.$$

Ответ: $x = 9 + \sqrt{20}$.

- Введение новой переменной в ряде случаев позволяет перейти от иррационального уравнения к рациональному уравнению.

Пример. Решить уравнение $x^2 + 3x + 4\sqrt{x^2 + 3x - 5} = 10$.

Решение. Возведение данного уравнения в квадрат привело бы к уравнению четвертой степени, что нерационально. Поэтому запишем уравнение в виде $x^2 + 3x - 5 + 4\sqrt{x^2 + 3x - 5} = 5$ и введем «новую» переменную:

$$y = \sqrt{x^2 + 3x - 5}, y \geq 0.$$

$$y^2 + 4y - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -5 \end{cases}.$$

Получим

Вернемся к «старым» переменным $\sqrt{x^2 + 3x - 5} = 1$ или $\sqrt{x^2 + 3x - 5} = -5$. Второе из полученных уравнений решений не имеет, а решения первого есть числа

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}.$$

Ответ: $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{2}, x_2 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}.$

Изучив тему, выполните задания:

Задания:

П.32-33, №385-393, 400-402, 420, №422 (в,г), №425 (в,г)

Рекомендации к №385-387. Решите уравнения, используйте определение корня n-степени.

Рекомендации к №388 Решите уравнение, избавьтесь от корня n-степени, путем возведения в n степень.

Рекомендации к №389-393. Используйте свойства корня n степени для вычисления примеров.

Рекомендации к №400-401. Для сравнения чисел, приведите оба числа к одному общему корню n степени.

Рекомендации к №402. Чтобы вынести множитель за знак корня используйте свойства корня.

Рекомендации к №420, 422, 425. Для того чтобы решить уравнение иррациональное, возведите обе части уравнения в n степень. Выполните проверку корней.

Норма времени: 5 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н, Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа №22

Тема № 6.2 Показательная функция

Цель: Знать свойства степени с рациональным показателем, определение и свойства показательной функции, уметь применять их при

преобразовании выражений, уметь решать показательные уравнения и неравенства.

Методические рекомендации

Теория

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
2. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
3. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
4. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
5. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	4. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
6. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	5. $\sqrt[n \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[n]{a^k}$
7. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	6. $\sqrt[n]{a^n} = a$
8. $a^0 = 1$	7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
9. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$	
10. $\sqrt[n]{a^{\frac{m}{n}}} = a^{\frac{m}{n^2}}$	

Формулы сокращенного умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Показательная функция, ее свойства и график

- Функцию вида $y=a^x$, где $a>0$, $a \neq 1$, x – любое число, называют **показательной функцией**.
- Область определения показательной функции: $D(y)=\mathbb{R}$ – множество всех действительных чисел.
- Область значений показательной функции: $E(y)=\mathbb{R}_+$ - множество всех положительных чисел.
- Показательная функция $y=a^x$ **возрастает** при $a>1$.
- Показательная функция $y=a^x$ **убывает** при $0<a<1$.

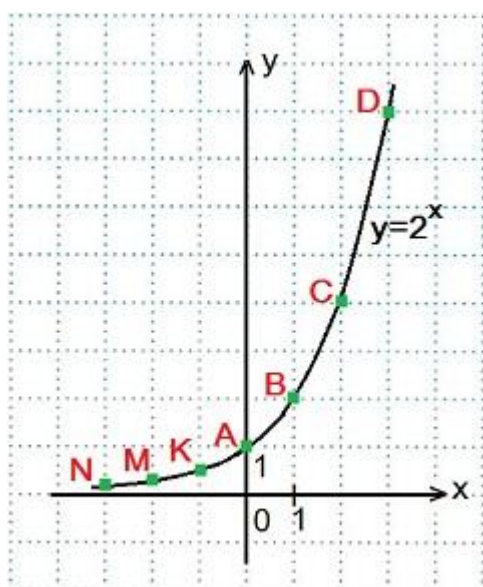
Справедливы все свойства степенной функции:

- $a^0=1$ Любое число (кроме нуля) в нулевой степени равно единице.

- $a^1=a$ Любое число в первой степени равно самому себе.
- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели складывают.
- $a^x : a^y = a^{x-y}$ При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.
- $(a^x)^y = a^{xy}$ При возведении степени в степень основание оставляют прежним, а показатели перемножают
- $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ При возведении произведения в степень возводят в эту степень каждый из множителей.
- $(a/b)^x = a^x / b^x$ При возведении дроби в степень возводят в эту степень и числитель и знаменатель дроби.
- $a^{-x} = 1/a^x$
- $(a/b)^{-x} = (b/a)^x$.

Примеры.

1) Построить график функции $y=2^x$. Найдем значения функции



при $x=0, x=\pm 1, x=\pm 2, x=\pm 3$.

$x=0, y=2^0=1$; Точка **A**.

$x=1, y=2^1=2$; Точка **B**.

$x=2, y=2^2=4$; Точка **C**.

$x=3, y=2^3=8$; Точка **D**.

$x=-1, y=2^{-1}=1/2=0,5$; Точка **K**.

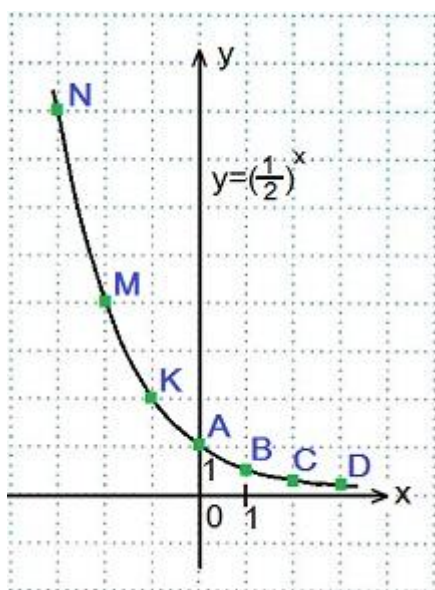
$x=-2, y=2^{-2}=1/4=0,25$; Точка **M**.

$x=-3, y=2^{-3}=1/8=0,125$; Точка **N**.

Большому значению аргумента x соответствует и большее значение функции y .
Функция $y=2^x$ **возрастает** на всей области определения $D(y)=R$, так как основание функции $2>1$.

2) Построить график функции $y=(\frac{1}{2})^x$. Найдем значения функции

при $x=0$, $x=\pm 1$, $x=\pm 2$, $x=\pm 3$.



$x=0$, $y=(\frac{1}{2})^0=1$;

Точка **A**.

$x=1$, $y=(\frac{1}{2})^1=\frac{1}{2}=0,5$; Точка **B**.

$x=2$, $y=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}=0,25$; Точка **C**.

$x=3$, $y=(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}=0,125$; Точка **D**.

$x=-1$, $y=(\frac{1}{2})^{-1}=2^1=2$; Точка **K**.

$x=-2$, $y=(\frac{1}{2})^{-2}=2^2=4$; Точка **M**.

$x=-3$, $y=(\frac{1}{2})^{-3}=2^3=8$; Точка **N**.

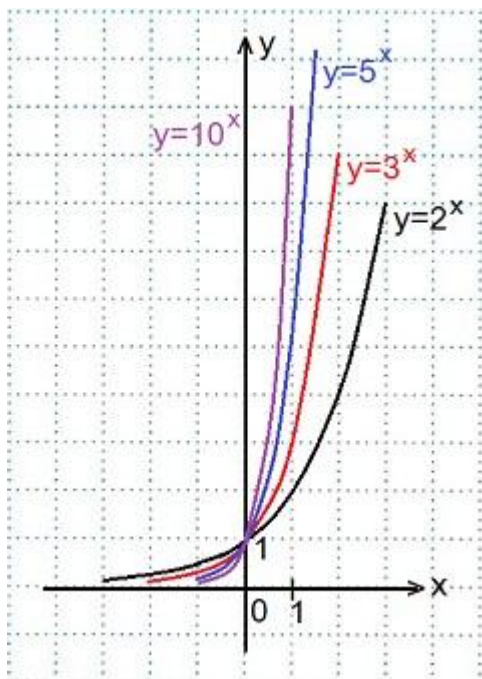
Большему значению аргумента x соответствует меньшее значение функции y .

Функция $y=(\frac{1}{2})^x$ убывает на всей своей области определения: $D(y)=\mathbf{R}$, так как основание функции $0 < (\frac{1}{2}) < 1$.

3) В одной координатной плоскости построить графики функций:

$y=2^x$, $y=3^x$, $y=5^x$, $y=10^x$. Сделать выводы.

График функции $y=2^x$ мы уже строили, графики остальных функций строим аналогично, причем, достаточно будет найти значения функций при $x=0$ и при $x=\pm 1$.



Переменная x может принимать любое значение ($D(y)=R$), при этом значение y всегда будет больше нуля ($E(y)=R_+$).

Графики всех данных функций пересекают ось Oy в точке $(0; 1)$, так как любое число в нулевой степени равно единице; с осью Ox графики не пересекаются, так как положительное число в любой степени не может быть равным нулю. Чем больше основание a (если $a > 1$) показательной функции $y=a^x$, тем ближе расположена кривая к оси Oy .

Все данные функции являются возрастающими, так как большему значению аргумента соответствует и большее значение функции.

Решение показательных уравнений и неравенств

$a^x = b$ - ростейшее показательное уравнение. В нем a больше нуля и a не равняется единице.

Решение показательных уравнений

Из свойств показательной функции знаем, что ее область значений ограничена положительными вещественными числами. Тогда если $b = 0$, уравнение не имеет решений. Такая же ситуация имеет место быть, в уравнении где b

Теперь положим, что $b > 0$. Если в показательной функции основание a больше единицы, то функция будет возрастающей на всей области определения. Если в показательной функции для основания a выполнено следующее условие $0 < a$

Исходя из этого и применяя теорему о корне, получим, что уравнение $a^x = b$ имеет один единственный корень, при $b > 0$ и положительном a не равном единице. Чтобы его найти, необходимо представить b в виде $b = a^c$.

Тогда очевидно, что c будет являться решением уравнения $a^x = a^c$.

Рассмотрим следующий пример: решить уравнение $5^{(x^2 - x - 1)} = 25$.

Представим 25 как 5^2 , получим:

$$5^{(x^2 - x - 1)} = 5^2.$$

Или что равносильно :

$$x^2 - 6x + 11 = 2.$$

Решаем полученное квадратное уравнение любым из известных способов. Получаем два корня $x = 3$ и $x = -1$.

Ответ: 3;-1.

Решим уравнение $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$. Сделаем замену: $t = 2^x$ и получим следующее квадратное уравнение:

$$t^2 - 5t + 4 = 0.$$

Решаем это уравнение любым из известных способов. Получаем корни $t_1 = 1$ $t_2 = 4$

Теперь решаем уравнения $2^x = 1$ и $2^x = 4$.

Ответ: 0;2.

Решение показательных неравенств

Решение простейших показательных неравенств основывается тоже на свойствах возрастания и убывания функции. Если в показательной функции основание a больше единицы, то функция будет возрастающей на всей области определения. Если в показательной функции для основания a выполнено следующее условие $0 < a < 1$, то данная функция будет убывающей на всем множестве вещественных чисел.

Рассмотрим пример: решить неравенство $(0.5)^{(7-x)} < 4$.

Заметим, что $4 = (0.5)^{-2}$. Тогда неравенство примет вид $(0.5)^{(7-x)} < (0.5)^{(-2)}$. Основание показательной функции 0.5 меньше единицы, следовательно, она убывает. В этом случае надо поменять знак неравенства и не записывать только показатели.

Получим: $7 - x > -2$.

Отсюда: $x < 3$.

Ответ: $x < 3$.

Если бы в неравенстве основание было больше единицы, то при избавлении от основания, знак неравенства менять было бы не нужно.

Изучив тему, выполните задания:

1 вариант

1. Решить уравнения:

а) $4^{x+1} + 4^{x+2} = 40$; б) $3^{2x+1} - 9^x = 18$;

2 вариант

1. Решить уравнения:

а) $5^x - 5^{x-1} = 100$; б) $9^{x+1} + 3^{2x+4} = 30$;

Задания:

П.34-36, №430-433, 449,459,463 (в,г),464 (в,г), 473, 474

Рекомендации к №430-431. Используйте свойства степени с рациональным показателем для вычисления числового выражения.

Рекомендации к №432-433. Для разложения выражения на множители используйте формулы сокращенного умножения, приведение подобных членов, вынесение общего множителя за скобку.

Рекомендации к №449. Для упрощения выражений используйте свойства показательной функции (формулы).

Рекомендации к №463. Решите показательное уравнение, применив сначала свойства показательной функции, затем упростите выражение, для этого вынесите показательную функцию в наименьшей степени за скобку.

Рекомендации к №464. Решите показательное уравнение, используя способ замены переменной. Сведите к квадратному уравнению.

Рекомендации к №473-474. Решите неравенства. Предварительно неравенство приведите к одному основанию. Если ваше основание больше 1, то функция показательная возрастающая и знак неравенства сохранится, если ваше основание будет $0 < a < 1$, то ваша показательная функция - убывающая, не забудьте сменить знак!

Норма времени: 6 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа №23 **Тема № 6.3 Логарифмическая функция.**

Цель: Знать основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов, уметь применять их при преобразовании выражений. Знать методы решения логарифмических уравнений и неравенств, уметь применять их при решении соответствующих заданий.

Методические рекомендации

Теория

I. Свойства логарифмов.

1. Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a x} = x$

2. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

3. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

4. $\log_a x^n = n \log_a x$

5. $\log_a a = 1$

6. $\log_a 1 = 0$

$$7. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$8. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \text{ - формула перехода к другому основанию}$$

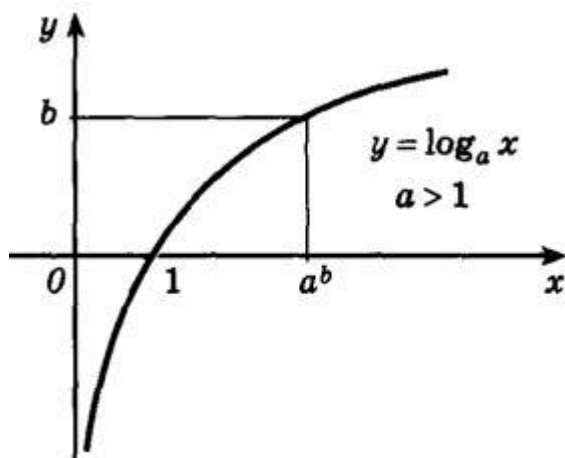
$$9. \log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

Логарифмическая функция

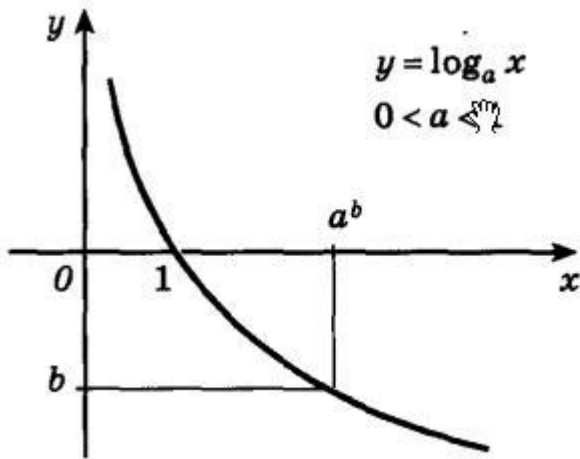
Функцию вида $y = \log_a(x)$, где a любое положительное число не равное единице, называют логарифмической функцией с основанием a . Здесь и далее для обозначения логарифма мы будем использовать следующую нотацию: $\log_a(b)$ - данная запись будет обозначать логарифм b по основанию a .

Основные свойства логарифмической функции:

1. Областью определения логарифмической функции будет являться все множество положительных вещественных чисел. Для краткости его еще обозначают $\mathbf{R^+}$. Очевидное свойство, так как каждое положительное число имеет логарифм по основанию a .
2. Областью значения логарифмической функции будет являться все множество вещественных чисел.
3. Если основание логарифмической функции $a > 1$, то на всей области определения функции возрастает. Если для основания логарифмической функции выполняется следующее неравенство $0 < a < 1$
4. График логарифмической функции всегда проходит через точку $(1; 0)$.
5. Возрастающая логарифмическая функция, будет положительной при $x > 1$, и отрицательной при $0 < x < 1$.
6. Убывающая логарифмическая функция, будет отрицательной при $x > 1$, и положительной при $0 < x < 1$:



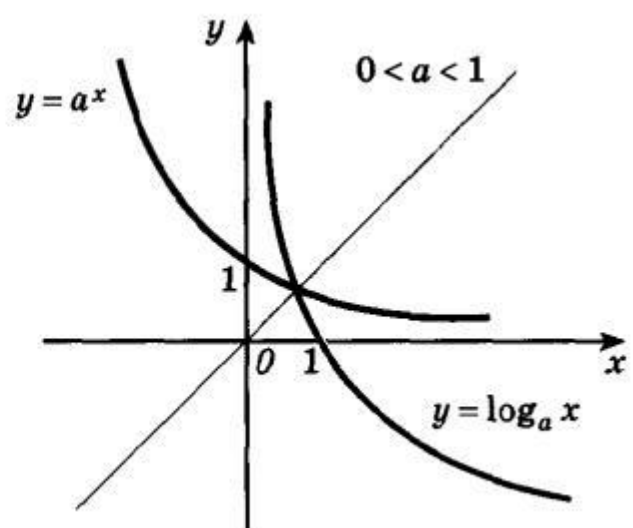
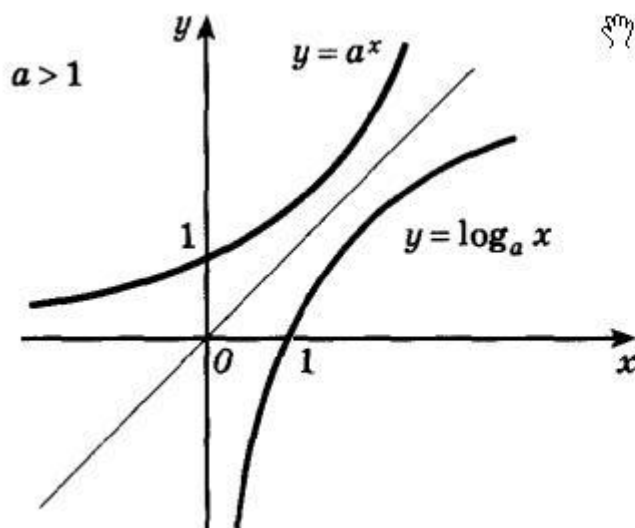
На следующем рисунке представлен график убывающей логарифмической функции - ($0 < a < 1$):



7. Функция не является четной или нечетной. Логарифмическая функция - функция общего вид.

8. Функция не имеет точек максимума и минимума.

Если построить в одной оси координат показательную и логарифмическую функции с одинаковыми основаниями, то графики этих функций будут симметричны относительно прямой $y = x$. Данное утверждение показано на следующем рисунке.



Изложенное выше утверждение будет справедливо, как для возрастающих, так и для убывающих логарифмических и показательных функций. Рассмотрим пример: найти область определения логарифмической функции $f(x) = \log_8(4 - 5x)$.

Исходя из свойств логарифмической функции, областью определения является все множество положительных вещественных чисел $\mathbb{R}^+$. Тогда заданная функция будет определена для таких x , при которых $4 - 5x > 0$. Решаем это неравенство и получаем $x < 0.8$.

Таким образом, получается, что областью определения функции $f(x) = \log_8(4 - 5x)$ будет являться промежуток $(-\infty; 0.8)$

Решение логарифмических уравнений и неравенств

Пример 1. Решите уравнение:

$$\lg(x^2 - 6) = \lg(8 + 5x).$$

Решение. В область допустимых значений входят только те x , при которых выражение, находящееся под знаком логарифма, больше нуля. Эти значения определяются следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 6 > 0, \\ 8 + 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 6, \\ x > -1,6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty), \\ x \in (-1,6; +\infty). \end{cases}$$

С учетом того, что

$$-1,6 = -\sqrt{2,56} > -\sqrt{6},$$

получаем промежуток, определяющий область допустимых значений данного логарифмического уравнения:

$$x \in (\sqrt{6}; +\infty).$$

На основании теоремы 1, все условия которой здесь выполнены, переходим к следующему равносильному квадратичному уравнению:

$$x^2 - 6 = 8 + 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 7, x_2 = -2.$$

В область допустимых значений входит только первый корень.

Ответ: $x = 7$.

Пример 2. Решите уравнение:

$$\log_{0,2}(-x^2 + 4x + 5) = \log_{0,2}(-x - 31).$$

Решение. Область допустимых значений уравнения определяется системой неравенств:

$$\begin{cases} -x^2 + 4x + 5 > 0, \\ -x - 31 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 5, \\ x < -31. \end{cases}$$

Очевидно, что эти два условия противоречат друг другу. То есть нет ни одного такого значения x , при котором одновременно выполнялись бы оба неравенства. Область допустимых значений уравнения является пустым множеством, а значит решений у данного логарифмического уравнения нет.

Ответ: корней нет.

Обратите внимание, что в этом задании нам вообще не пришлось искать корни уравнения. Достаточно оказалось определить, что его область допустимых значений не содержит ни одного действительного числа. Это одно из преимуществ такой последовательности решения логарифмических уравнений и неравенств (начинать с определения области допустимых значений уравнения, а затем решать его путем равносильных преобразований).

Примет 3. Решите уравнение:

$$3 \log_{\frac{1}{2}} x + 5 \log_{\frac{1}{2}} x - 2 = 0.$$

Решение. Область допустимых значений уравнения определяется здесь легко: $x > 0$.

Используем подстановку:

$$t = \log_{\frac{1}{2}} x.$$

Уравнение принимает вид:

$$3t^2 + 5t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{1}{3}, \\ t_2 = -2. \end{cases}$$

Обратная подстановка:

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}} x = \frac{1}{3}, \\ \log_{\frac{1}{2}} x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \\ x = 4. \end{cases}$$

Оба **ответа** входят в область допустимых значений уравнения, поскольку являются положительными числами.

Пример 4. Решите уравнение:

$$\log_{0,4}(x+2) + \log_{0,4}(x+3) = \log_{0,4}(1-x).$$

Решение. Вновь начнем решение с определения области допустимых значений уравнения. Она определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x+2 > 0, \\ x+3 > 0, \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x > -3, \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2; 1).$$

Воспользовавшись правилом сложения логарифмов, переходим к равносильному в области допустимых значений уравнению:

$$\log_{0,4}(x+2)(x+3) = \log_{0,4}(1-x) \Rightarrow$$

Основания логарифмов одинаковы, поэтому в области допустимых значений можно перейти к следующему квадратному уравнению:

$$(x+2)(x+3) = (1-x) \Leftrightarrow x^2 + 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -5, \\ x_2 = -1. \end{cases}$$

Первый корень не входит в область допустимых значений уравнения, второй — входит.

Ответ: $x = -1$.

Пример 5. Решите уравнение:

$$x^{\log_3 x} = 81.$$

Решение. Будем искать решения в промежутке $x > 0, x \neq 1$. Преобразуем уравнение к равносильному:

$$x^{\log_3 x} = x^{\log_x 81} \Leftrightarrow x^{\log_3 x} = x^{\frac{4}{\log_3 x}} \Leftrightarrow \log_3^2 x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2, \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9, \\ x = \frac{1}{9}. \end{cases}$$

Оба **ответа** входят в область допустимых значений уравнения.

Пример 6. Решите уравнение:

$$\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1.$$

Решение. Система неравенств, определяющая область допустимых значений уравнения, имеет на этот раз вид:

$$\begin{cases} x + 12 > 0, \\ x > 0, \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0, x \neq 1.$$

Используя свойства логарифма, преобразуем уравнение к равносильному в области допустимых значений уравнению:

$$\frac{\log_2(x + 12)}{2\log_2 x} = 1.$$

Используя формулу перехода к новому основанию логарифма, получаем:

$$\log_x(x + 12) = 2 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4, \\ x_2 = -3. \end{cases}$$

В область допустимых значений входит только один **ответ**: $x = 4$.

Перейдем теперь к **логарифмическим неравенствам**. Это как раз то, с чем вам придется иметь дело на ЕГЭ по математике. Для решения дальнейших примеров нам потребуется следующая теорема:

Теорема 2. Если $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$, то: при $a > 1$ логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству того же смысла: $f(x) > g(x)$; при $0 < a < 1$ логарифмическое неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

Пример 7. Решите неравенство:

$$\log_{0,5}(x^2 + x - 6) \geq \log_{0,5}(x + 4).$$

Решение. Начнем с определения области допустимых значений неравенства. Выражение, стоящее под знаком логарифмической функции, должно принимать только положительные значения. Это значит, что искомая область допустимых значений определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 > 0, \\ x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty), \\ x > -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in (-4; -3) \cup (2; +\infty).$$

Так как в основании логарифма стоит число, меньшее единицы, соответствующая логарифмическая функция будет убывающей, а потому равносильным по теореме 2 будет переход к следующему квадратичному неравенству:

$$x^2 + x - 6 \leq x + 4 \Leftrightarrow x^2 \leq 10 \Leftrightarrow x \in [-\sqrt{10}; \sqrt{10}].$$

Окончательно, с учетом области допустимых значений получаем **ответ**:

$$x \in [-\sqrt{10}; -3) \cup (2; \sqrt{10}].$$

Пример 8. Решите неравенство:

$$11 \cdot \log_9(x^2 - 12x + 27) \leq 12 + \log_9 \frac{(x - 9)^{11}}{x - 3}.$$

Решение. Вновь начнем с определения области допустимых значений:

$$\begin{cases} x^2 - 12x + 27 > 0, \\ \frac{(x-9)^{11}}{x-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; 3) \cup (9; +\infty).$$

На множестве допустимых значений неравенства проводим равносильные преобразования:

$$11 \cdot \log_9(x-9)(x-3) - \log_9 \frac{(x-9)^{11}}{x-3} \leq 12$$

$$\log_9 [(x-9)^{11}(x-3)^{11}] - \log_9 \frac{(x-9)^{11}}{x-3} \leq 12$$

$$\log_9 \frac{(x-3)^{12}(x-9)^{11}}{(x-9)^{11}} \leq \log_9 9^{12}.$$

После сокращения и перехода к равносильному по теореме 2 неравенству получаем:

$$(x-3)^{12} \leq 9^{12} \Leftrightarrow -9 \leq x-3 \leq 9 \Leftrightarrow x \in [-6; 12].$$

С учетом области допустимых значений получаем окончательный **ответ**:
 $x \in [-6; 3) \cup (9; 12].$

Пример 9. Решите логарифмическое неравенство:

$$\log_{x+1}(x^3 + 3x^2 + 2x) < 2.$$

Решение. Область допустимых значений неравенства определяется следующей системой:

$$\begin{cases} x+1 > 0, \\ x+1 \neq 1, \\ x(x+1)(x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; +\infty).$$

Видно, что в области допустимых значений выражение, стоящее в основании логарифма, всегда больше единицы, а потому равносильным по теореме 2 будет переход к следующему неравенству:

$$\begin{aligned} x^3 + 3x^2 + 2x < x^2 + 2x + 1 &\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow \\ (x+1)(x^2 + x - 1) < 0 &\Leftrightarrow \\ x \in \left(-\infty; -\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(-1; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right). \end{aligned}$$

С учетом области допустимых значений получаем окончательный **ответ**:

$$x \in \left(0; \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right).$$

Пример 10. Решите неравенство:

$$\frac{2 \log_3(x^2 - 4x)}{\log_3 x^2} \leq 1.$$

Решение.

Область допустимых значений неравенства определяется системой неравенств:

$$\begin{cases} x^2 - 4x > 0, \\ x^2 > 0, \\ x^2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (4; +\infty).$$

I способ. Воспользуемся формулой перехода к новому основанию логарифма и перейдем к равносильному в области допустимых значений неравенству:

$$\log_{x^2}(x^2 - 4x)^2 \leq 1.$$

Неравенство будет равносильно двум системам. Первой:

$$\begin{cases} x \in (-1; 0), \\ (x^2 - 4x)^2 \geq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-1; 0), \\ x^2(x - 5)(x - 3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-1; 0).$$

И второй:

$$\begin{cases} x \in (-\infty; -1) \cup (4; +\infty), \\ x^2(x - 5)(x - 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (4; 5].$$

Итак, окончательный **ответ**:

$$x \in (-1; 0) \cup (4; 5].$$

II способ. Решаем методом интервалов. Преобразуем неравенство к виду:

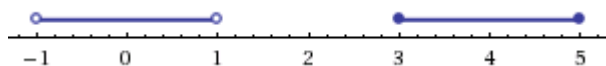
$$\frac{2 \log_3(x^2 - 4x) - \log_3 x^2}{\log_3 x^2} \leq 0 \Leftrightarrow$$

Вычтем из знаменателя $\log_3 1$. Это ничего не изменит, поскольку $\log_3 1 = 0$.

$$\frac{\log_3(x^2 - 4x)^2 - \log_3 x^2}{\log_3 x^2 - \log_3 1} \leq 0$$

С учетом того, что выражения $\log_3 f - \log_3 g$ и $f - g$ — одного знака при $f, g > 0$, в области допустимых значений имеет место следующий равносильный переход:

$$\begin{aligned} \frac{(x^2 - 4x)^2 - x^2}{x^2 - 1} &\leq 0 \Leftrightarrow \\ \frac{(x^2 - 5x)(x^2 - 3x)}{x^2 - 1} &\leq 0. \end{aligned}$$



Множество решений данного неравенства

Итак, $x \in (-1; 1) \cup [3; 5]$, а с учетом области допустимых значений получаем тот же **результат**: $x \in (-1; 0) \cup (4; 5]$.

Используя методические рекомендации, выполните задания:

Задания:

П.37-39, № 477-478, 482-483, 501, №522-524, 525-528, 530

Рекомендации к №477-478 –используйте определение логарифма. Т.е. формулу перехода из показательной функции к логарифму.

Рекомендации к №482. Для проверки справедливости равенства используйте определение логарифма и свойства степеней.

Рекомендации к №483. Для нахождения логарифмов равенства используйте определение логарифма и свойства степеней.

Рекомендации к №501. Для сравнения логарифмов, используйте свойства логарифмической функции.-2 часа

Рекомендации к №522-524. При решении логарифмических уравнений, не забудьте сначала определить ОДЗ функции. И при решении уравнений учитывайте ОДЗ. Используйте при необходимости свойства показательной функции.-2 часа

Рекомендации к №525-528. При решении показательных неравенств используйте свойства логарифмической функции и учитывайте ОДЗ. При ответе не забудьте совместить ОДЗ и решение неравенства.-2 часа

Рекомендации к №530. При решении систему уравнений, используйте свойства показательной и логарифмических функций. Не забудьте определить у этих функций ОДЗ.

Норма времени: 8 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н, Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Самостоятельная работа №24

Тема № 6.3 Логарифмическая функция.

Цель: В целях популяризации предмета математики выполните *сообщение «Логарифмы вокруг нас», «Эта замечательная функция и ее свойства»*.

Методические рекомендации

Используйте методические рекомендации по написанию сообщения.

Норма времени: 1 часов

Критерии оценки: правильное оформление сообщения, полнота и раскрытость темы, доступность.

Контроль выполнения: в форме защиты.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с
2. ресурсы интернета.

Самостоятельная работа № 25

Тема №6.4 Производная показательной и логарифмической функции

Цель: *знать определение числа e , функции экспоненты, производные и первообразные показательной, логарифмической, степенной функций. Уметь применять формулы при вычислении производных и первообразных.*

Методические рекомендации

Теория

Формулы дифференцирования

$$1. \left(\frac{u}{v} \right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$2. (u \cdot v)' = u'v + uv'$$

Экспонента

$$3. (e^x)' = e^x$$

$$4. (a^x)' = a^x \ln a \text{ -производная показательной функции}$$

$$5. (\ln x)' = \frac{1}{x} \text{ -производная логарифмической функции}$$

$$6. (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \text{ -производная степенной функции}$$

общий вид первообразных для показательной, логарифмической и степенной функций:

$$7. y = a^x \quad F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$8. y = \frac{1}{x} \quad F(x) = \ln|x| + C$$

$$9. y = x^\alpha, \alpha \neq -1 \quad F(x) = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$$

Производная показательной функции

Теорема: Функция e^x дифференцируема в каждой точке своей области определения, и $(e^x)' = e^x$.

Показательная функция a^x дифференцируема в каждой точке своей области определения, и причем $(a^x)' = (a^x) \cdot \ln(a)$.

Следствием из этой теоремы является тот факт, что показательная функция непрерывна в любой точке своей области определения.

Пример: найти производную функции $y = 2^x$.

По формуле производной показательной функции получаем:

$$(2^x)' = (2^x) \cdot \ln(2).$$

Ответ: $(2^x) \cdot \ln(2)$.

Первообразная показательной функции

Для показательной функции a^x заданной на множестве вещественных чисел первообразной будет являться функция $(a^x)/(\ln(a))$.

$\ln(a)$ - некоторая постоянная, тогда $(a^x / \ln(a))' = (1 / \ln(a)) \cdot (a^x)' = a^x \cdot \ln(a) / \ln(a) = a^x$ для любого x . Мы доказали эту теорему.

Рассмотрим пример на нахождение первообразной показательной функции.

Пример: найти первообразную к функции $f(x) = 5^x$. Воспользуемся формулой приведенной выше и правилами нахождения первообразных. Получим: $F(x) = (5^x) / (\ln(5)) + C$.

Ответ: $(5^x) / (\ln(5)) + C$.

Логарифмическая функция

Формула для вычисления производной логарифмической функции: $\ln'(x) = 1/x$. Данная формула будет справедлива для любого x из области определения логарифмической функции.

Примеры:

Пример 1. Найти производную функции $y = \ln(5+2^x)$. По формуле, приведенной выше, имеем:

$$(\ln(5+2^x))' = (1/(5+2^x)) \cdot (5+2^x)' = 2/(5+2^x)$$

Пример 2. Найти производную функции $y = \log_3(x)$. Воспользуемся формулой перехода к новому основанию, а потом формулой полученной выше:

$$(\log_3(x))' = ((\ln(x))/(\ln(3)))' = 1/(x \cdot \ln(3));$$

Первообразная логарифмической функции

Согласно формуле для вычисления производной логарифмической функции, можем утверждать, что для функции $1/x$ на промежутке $(0; \infty)$ любая первообразная может быть записана в виде $\ln(x) + C$.

Так как $|x| = x$ при $x > 0$ и $|x| = -x$ при $x < 0$ для любого промежутка, не содержащего точку 0, первообразной для функции $1/x$ будет являться функция $\ln|x|$.

Например, первообразная для функции $1/(x + 3)$ на любом промежутке не содержащем точку $x = -3$, будет вычисляться по следующей формуле $\ln|x + 3| + C$.

Для функции $1/(5^x + 7)$ на любом промежутке, не содержащем точку $-(5/7)$, общий вид первообразных представлен формулой $(1/5) \cdot \ln|5^x + 7| + C$.

Степенная функция и ее производная.

Вы уже знаете, что для любого действительного числа α и каждого положительного x определено число x^α . Зафиксируем число α на промежутке $(0; \infty)$.

Определение. Функция, заданная формулой $f(x) = x^\alpha$, называется степенной (с показателем степени α).

Если $\alpha > 0$, то степенная функция определена и при $x = 0$, поскольку $0^\alpha = 0$. При целых α формулой $f(x) = x^\alpha$ степенная функция f определена и для $x < 0$. При четных α эта функция четная, а при нечетных α – нечетная. Поэтому исследование степенной функции достаточно провести только на промежутке $(0; \infty)$. В предыдущих разделах курса были получены формулы для производной функции $y = x^\alpha$ лишь при целых показателях степени, а также $\alpha = 1/2$. Теперь нам остается вывести формулу при произвольном α . Докажем, что для любого x из области определения производная степенной функции находится так:

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}.$$

Действительно, так как $x = e^{\ln x}$, то $x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$. Отсюда по правилу вычисления производной сложной функции получаем:

$$(x^\alpha)' = (e^{\alpha \ln x})' = e^{\alpha \ln x} (\alpha \ln x)' = x^\alpha * \alpha * \frac{1}{x} = \alpha x^{\alpha-1}$$

Формула (1) доказана.

При $\alpha < 0$ степенная функция убывает на промежутке $(0; \infty)$, поскольку $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} < 0$ при $\alpha > 0$. При $\alpha > 0$ имеем $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} > 0$, поэтому степенная функция возрастает при $x > 0$. Кроме того, надо учесть, что при $x = 0$ степенная функция равна 0 и $x^\alpha \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$ и $x > 0$. Поэтому точка 0 присоединяется к промежутку возрастания, т. е. при $\alpha > 0$ степенная функция возрастает на промежутке $[0; \infty)$. Примеры графиков степенной функции при различных α приведены на рисунке 1.

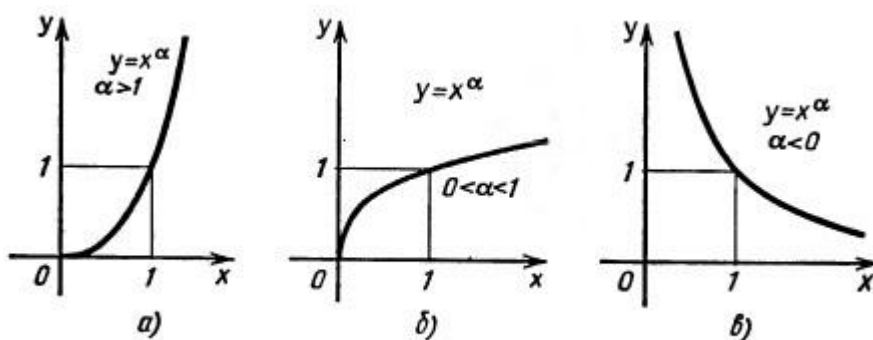


Рис. 1

Из формулы (1) следует, что производной степенной функции $f(x) = x^\alpha$ является степенная функция $(f'(x) = \alpha x^{\alpha-1})$. Иначе обстоит дело с первообразной степенной функции. При $\alpha \neq -1$ общий вид первообразных степенной функции $f(x) = x^\alpha$, как легко проверить, таков: $F(x) = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$

При $\alpha = -1$, как известно, первообразной функции f является функция $F(x) = \ln |x| + C$.

Используя методические рекомендации, выполните задания, предварительно выучив все формулы, определения и теоремы:

П.41-43, №543-544, 546 (з), 548, 554, 563

Рекомендации к №543-544. Вычислите производную, используя правила дифференцирования и правило вычисления экспоненты.

Рекомендации к №546. Для нахождения общего вида первообразных функции используйте правило вычисления первообразных показательной функции и экспоненты.

Рекомендации к №548. Для вычисления площади фигуры используйте правило вычисления первообразных показательной функции и экспоненты. И правила вычисления первообразных.

Рекомендации к №554. Для вычисления производной логарифмической функции используйте правила дифференцирования и правила вычисления логарифмических функций.

Рекомендации к №563. Для нахождения первообразной степенной функции используйте правила вычисления первообразных, и правило степенной функции.

Норма времени: 5 часов

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Колмогоров А.Н, Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 384 с

Раздел 7. Элементы комбинаторики. Теории вероятности и статистики

Самостоятельная работа №26

Тема № 7.1.

Элементы комбинаторики.

Цель: знать формулы комбинаторики, уметь применять эти формулы при решении задач.

Методические рекомендации Теория.

Размещения

Определение. Размещением из n элементов по m называют любое упорядоченное m -элементное подмножество n -элементного множества.

Число размещений из n элементов по m обозначают A_n^m (от французского «arrangement» - «размещение») и вычисляют по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример 1. Решим задачу 1 с помощью этой формулы:

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6(\text{способов})$$

А теперь решим ту же задачу для случая $n=8$, $m=3$:

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 6 \cdot 7 \cdot 8 = 336(\text{способов})$$

Перестановки

Определение. Перестановкой из n элементов называют размещение из n элементов по n .

Число перестановок из n элементов обозначается P_n и вычисляется по формуле:

$$P_n = n!$$

Сочетания

Определение. Сочетанием из n элементов по m называют любое m -элементное подмножество n -элементного множества.

Число сочетаний из n элементов по m обозначают C_n^m (от французского «combination» - «сочетание») и вычисляют по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Пример 2. Решим задачу 2 с помощью этой формулы:

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 3(\text{способа})$$

А теперь решим ту же задачу для случая $n=8$, $m=3$:

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{(1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)} = 7 \cdot 8 = 56(\text{способов}).$$

Классическое определение вероятности

$P(A) = \frac{m}{n}$, где m -благоприятное число исходов, n - общее число исходов.

Задача 1. В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

Решение. Общее число различных исходов есть $n = 1000$. Число исходов, благоприятствующих получению выигрыша, составляет $m = 200$. Согласно

формуле $P(A) = \frac{m}{n}$, получим $P(A) = \frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Изучив тему, решите задачи на классическое определение вероятности
Задания:

Вариант 1

1. Вероятность того, что день будет дождливым равна 0,46. Какова вероятность того, что дождя не будет?
2. Из слова КАЛЬКУЛЯТОР выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Л?
3. Из карточек с буквами С, О, И, Т, К, А, наугад последовательно берут 5. Какова вероятность того, что получится слово «ТАКСИ»?
4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что все дамы будут в одной половине?
5. Какова вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет не более трёх очков?
6. В партии из 18 деталей находится 4 бракованных. Наугад выбирается 7 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей три окажутся стандартными.
7. В первой урне 4 красных и 6 чёрных шаров. Во второй 5 красных и 5 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что они оба красные?
8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 32 до 100 не содержит цифры 6?

Вариант 2

1. Вероятность всхожести семени 0,67. Какова вероятность того, что семя не взойдёт?
2. Из слова КОНСПЕКТ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква К?
3. Наугад в ряд раскладываются карточки с буквами А, Г, Н, К, И. Какова вероятность того, что составится слово «КНИГА»?
4. 10 шаров распределены по 4 ящикам. Какова вероятность того, что в первом – 1 шар, во втором – два, в третьем – 3 шара, а в четвертом – четыре?
5. Бросают игральную кость один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, не меньше двух?
6. В ящике 12 стандартных и 4 бракованных детали. Не глядя берут 6. Найти вероятность того, что из взятых деталей три окажутся бракованными.

7. В первой урне 7 белых и 5 чёрных шаров. Во второй 3 белых и 5 чёрных шаров. Не глядя из каждой урны берут по одному шару. Какова вероятность того, что они оба чёрного цвета?
8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 11 до 63 кратно 6 ?

Задания:

Решите, выберите правильный ответ.

1 вариант	
1. Вероятность промаха при выстреле по мишени равна 0,24. Какова вероятность попадания?	а) 0,24 б) 0,76 в) 0,86 г) $\frac{1}{0,24}$
2. Вычислите C_5^3 , если известно, что $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$	а) 24 б) 12 в) 10
3. Какова вероятность, что извлечённый из урны шар будет одноцветным, если в ней 4 красных, 5 чёрных, 6 в полосу и 7 в клетку шаров?	а) $\frac{9}{13}$ б) $\frac{15}{22}$ в) $\frac{9}{22}$
4. В лотерее 200 билетов. Выигрышных билетов 30. Какова вероятность того, что билет не выигрышный?	а) 0,7 б) 0,17 в) 0,85
5. Какая из данных формул – формула размещений?:	а) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; б) $A_n^m = \frac{n!}{(m-n)!}$ в) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}$ г) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$
6. Сократить дробь $\frac{(n-4)!}{(n-6)!}$	а) $(n-6)(n-5)$; б) $(n-5)(n-4)$; в) $\frac{1}{(n-6) \cdot (n-5)}$
7. Вычислите $\frac{P_6 - P_5}{5!}$	а) 30 б) 5 в) 0,2
8. Какова вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет чётное число очков?	а) 0,5 б) 0,3 в) 0,2
9. В каких пределах заключено значение вероятности любого события?	а) $0 < P(A) \leq 1$ б) $0 \leq P(A) < 1$ в) $0 \leq P(A) \leq 1$ г) $0 < P(A) < 1$
10. Вычислить: $\frac{4!+6!}{6!}$	а) 31; б) 3; в) $\frac{31}{30}$
11. Найти вероятность того, что наугад выбранное число от 1 до 60 кратно 30.	а) $\frac{17}{30}$ б) $\frac{1}{60}$ в) $\frac{1}{30}$ г) 0
12. Сколько различных перестановок можно составить из букв слова «выборка»?	а) 7! б) 1 в) 12

1. Вероятность попадания при выстреле по мишени равна 0,58. Какова вероятность промаха?	а) -0,58 б) 0,42 в) 0,52 г) $\frac{1}{0,58}$
2. Вычислите A_4^3 , если известно, что $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$	а) 24 б) 12 в) 10
3. Какова вероятность, что извлечённый из урны шар будет не красным, если в ней 4 красных, 5 чёрных, 6 в полоску и 7 в клетку шаров?	а) $\frac{15}{22}$ б) $\frac{9}{22}$ в) $\frac{18}{22}$
4. В лотерее 400 билетов. Выигрышных билетов 100. Какова вероятность того, что билет не выигрышный?	а) 0,25 б) 0,75 в) 0,3
5. Какая из данных формул – формула сочетаний?	а) $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$; б) $C_n^m = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}$ в) $C_n^m = \frac{n!}{(m-n)! \cdot m!}$ г) $C_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$
6. Вычислить $A_6^3 \cdot P_3$	а) 120 б) 720 в) 24
7. Сократить дробь $\frac{(n-6)!}{(n-4)!}$	а) $(n-6)(n-5)$; б) $(n-5)(n-4)$; в) $\frac{1}{(n-6) \cdot (n-5)}$
8. Сколько различных размещений из двух элементов можно составить из заданного множества {1,2,3 }?	а) три б) шесть в) ни одного.
9. Вычислите C_5^2	а) 5; б) 1; в) 0.
10. Вероятность какого события равна единице?	а) невозможного б) достоверного в) случайного
11. Какова вероятность, что извлечённый из урны шар будет не красным, если в ней 4 красных, 5 чёрных, 6 в полоску и 7 в клетку шаров?	а) $\frac{9}{13}$ б) $\frac{15}{22}$ в) $\frac{9}{22}$ г) $\frac{18}{22}$
12. Какова вероятность того, что наугад взятая карточка разрезной азбуки будет с гласной буквой?	а) $\frac{1}{33}$ б) $\frac{8}{33}$ в) $\frac{10}{13}$ г) $\frac{10}{33}$

Норма времени: 4 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.
3. Ресурсы интернета.

Самостоятельная работа №27

Тема № 7.2. Теория вероятностей и статистика.

Цель: *знать понятие случайной величины, числовых характеристик, рассмотреть виды случайных величин, закон распределения случайной величины.*

Методические рекомендации

Теория

Статистическая информация – это числовые данные о массовых явлениях.

Числовые характеристики статистических рядов

Задача: В финал конкурса «Мисс ВЕСНА» вышли 10 студенток, за которых болели и голосовали 90 студентов. Отрадите результаты голосования нагляднее таблично.



Объем измерения – количество источников информации (число опрошенных или число голосов) – 90

Размах измерения – разница между наибольшим и наименьшим значениями результатов измерений: $20 - 3 = 17$

Мода измерения – наиболее часто встречающийся результат – 9

Среднее значение – частное от деления суммы всех результатов измерения на объем

$$\frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 14 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 7 + 9 \cdot 20 + 10 \cdot 10}{90} = 5,9$$

измерения

Медиана – это число, которое разделяет набор чисел на две равные по численности части.

Важно: Медиана находится в вариационном ряду, т.е. в наборе чисел, записанных в порядке возрастания!

$$\frac{5 + 5}{2} = 5$$

Средних вариант две №45 и № 46

Случайные величины

Закон распределения случайной величины

Для задания случайной величины недостаточно перечислить все возможные ее значения, нужно еще указать, с какими вероятностями она принимает эти значения.

Законом распределения случайной величины называют соотношение между возможными значениями и их вероятностями.

Закон распределения можно задать таблично:

X x_1 x_2 ... x_n – значения случайной величины,

P p_1 p_2 ... p_n – их вероятности

X 2 4 8 10

P 0,4 0,2 0,1 0,3

Для наглядности закон распределения можно изобразить графически или в виде диаграммы.

Непрерывная случайная величина задается аналитически $P_x = f(x_k)$.

Задания:

Задача 1. Дан набор равновероятных чисел 3; 6; 4; –2; 5; 8. Найдите математическое ожидание и медиану этого набора.

Задача 2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины

X	10	20	30	40	50	60
P	0,24	0,36	0,20	0,15	0,03	0,02.

Найти моду.

Задача 1. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной законом распределения:

Вариант 1.

X	– 4	6	10
p	0,2	0,3	0,5

Вариант 2.

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

Задача 2. Найти математическое ожидание случайной величины Z, если известны математические ожидания X и Y:

Вариант 1. $Z = X + 2Y$, $M(X) = 5$, $M(Y) = 3$.

Вариант 2. $Z = 3X + 4Y$, $M(X) = 2$, $M(Y) = 6$.

Норма времени: 4 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
2. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.
3. Ресурсы интернета.

Раздел 8. Многогранники и круглые тела.

Самостоятельная работа №28

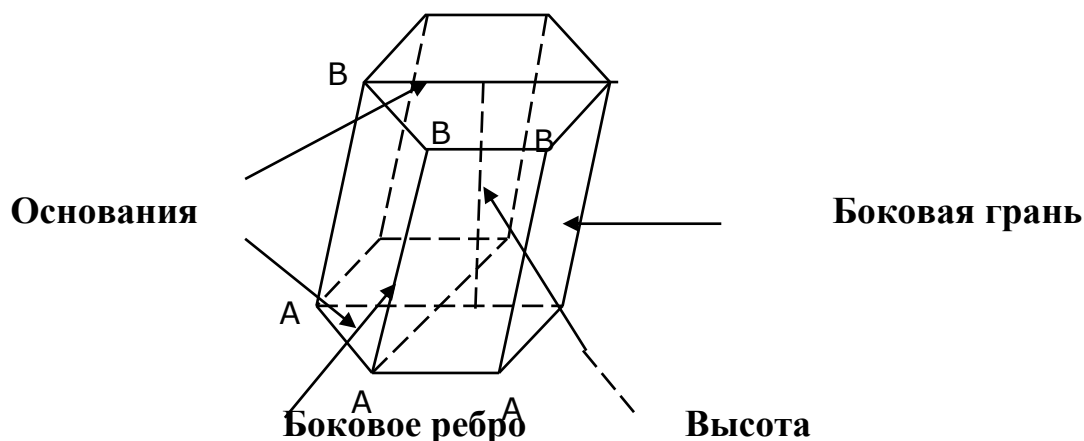
Тема №8.1. Призма

Цель: знать определение призмы, ее элементы. Формулы вычисления площади полной поверхности призмы и площади ее боковой поверхности, уметь применять эти формулы при решении задач.

Методические рекомендации

Теория

Введем понятие призмы, прямой призмы, рассмотрим с помощью слайда ее элементы:



Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней, а площадью боковой поверхности призмы – сумма площадей ее боковых граней

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

Задания:

Учебник геометрии 10-11 кл., п. 25-27, №231, №229 (в,г)

П.28-29, №241, 248, 266

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №29

Тема №8.1. Призма

Модели многогранников

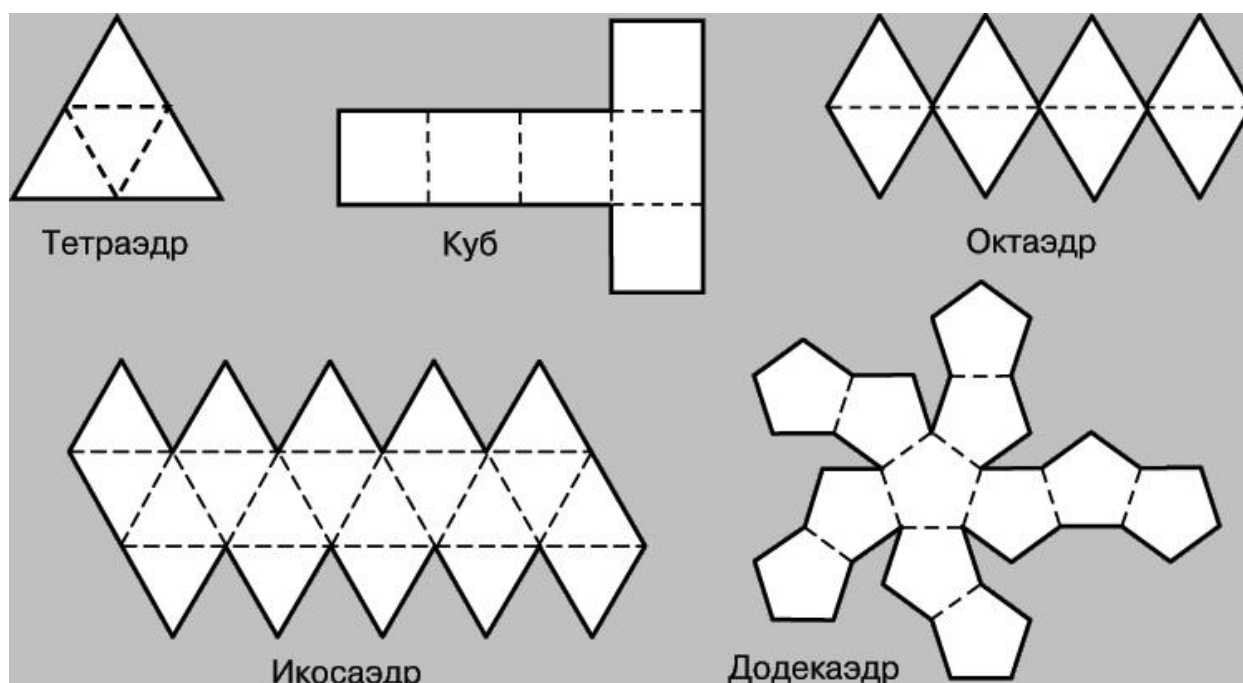
Цель: *Закрепить понятие многогранника при изготовлении моделей, используя развертки.*

Форма самостоятельной деятельности: изготовление моделей многогранников.

Методические рекомендации

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Используя методические рекомендации, изготовьте модели изученных вами многогранников.

Норма времени: 1 час

Критерии оценки: изготовленный многогранник, аккуратно выполненный, правильный.

Контроль выполнения: наличие выполненного многогранника.

Рекомендуемые источники информации:

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №30

Тема № 8.2. Пирамида

Цель: знать определение и свойства правильной пирамиды и усечённой пирамиды, формулы нахождения полной поверхности пирамиды, площади боковой поверхности пирамиды, усеченной пирамиды.

Методические рекомендации

Теория

1. Правильная треугольная пирамида

Определение: правильной n -угольной пирамидой называется такая пирамида, у которой в основании лежит правильный n -угольник, и высота проецируется в центр этого n -угольника (рис. 1).

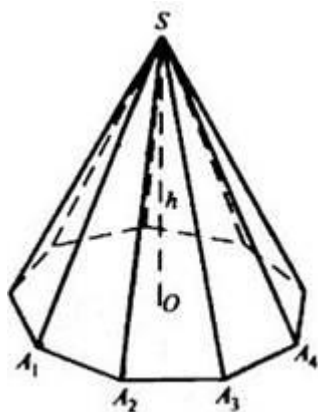


Рис. 1

Правильная треугольная пирамида

Для начала рассмотрим $\triangle ABC$ (рис. 2), в котором $AB=BC=CA$ (то есть в основании пирамиды лежит правильный треугольник). У правильного треугольника центр вписанной и описанной окружности совпадают и являются центром самого треугольника. В данном случае центр находится следующим образом: находим середину AB – C_1 , проводим отрезок CC_1 , который является медианой, биссектрисой

и высотой; аналогично находим середину $AC - B_1$ и проводим отрезок BB_1 . Пересечением BB_1 и CC_1 будет точка O , которая является центром $\triangle ABC$.

Если соединить центр треугольника ABC с вершиной пирамиды S , то получим высоту пирамиды $SO \perp ABC$, $SO = h$.

Соединив точку S с точками A , B и C получим боковые ребра пирамиды.

Мы получили правильную треугольную пирамиду $SABC$ (рис. 2).

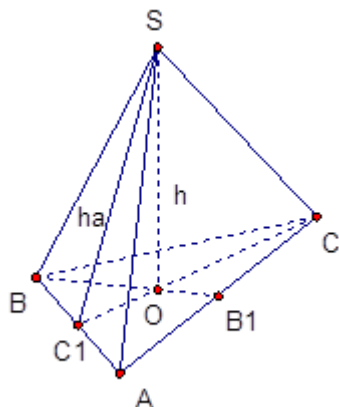
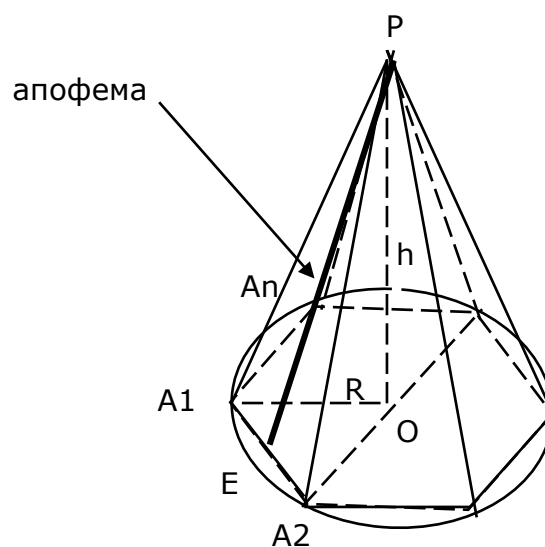


Рис.2



$S_{бок} = \frac{1}{2} P \cdot d$, где P -периметр, d -апофема.

2. Стандартные задания на пирамиды ($S_{осн}, S_{бок}, h_a$)

Известны стороны основания – a и высота пирамиды – h . Необходимо найти:

1. $S_{осн}$
2. $S_{бок}, h_a$
3. $\angle(AB)$
4. $\angle(SC)$

Решение:

1. Найти $S_{осн}$

Если есть $\triangle ABC$ (рис. 3), сторона которого равна a , то

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

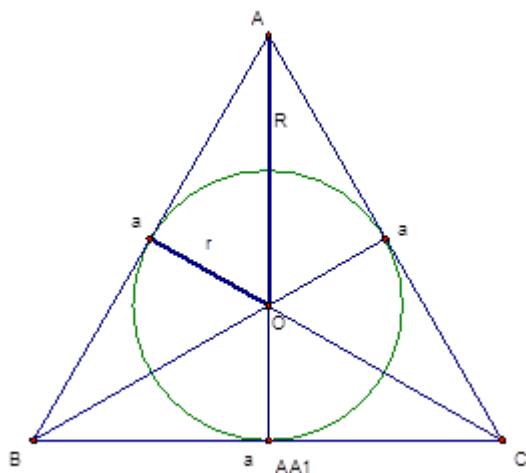


Рис. 3

2. Найти $S_{\text{бок}}$, h_a

Отрезок SC_1 называется апофемой h_a (рис. 2). Апофему найдем из прямоугольного треугольника SC_1O . Известен катет $SO=h$, второй катет C_1O найдем из $\triangle ABC$ (рис. 3).

Для начала найдем высоту AA_1 из прямоугольного треугольника AA_1C :

$$AA_1 = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Высота AA_1 состоит из радиуса вписанной окружности $r=C_1O$ и из радиуса описанной окружности R (причем $R=2r$). $AA_1 = r + R = 3 \cdot r$;

Следовательно

$$r = C_1O = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$R = 2r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Зная катеты $\triangle SC_1O$, мы можем найти гипотенузу

$$SC_1 = h_a = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{36}} = \frac{\sqrt{36h^2 + 3a^2}}{6}$$

Найдя апофему h_a можно без труда найти

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot h_a = \frac{1}{2} a \cdot \frac{\sqrt{36h^2 + 3a^2}}{6} = \frac{a\sqrt{36h^2 + 3a^2}}{12}$$

И

$$S_{бок} = 3 \cdot S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot h_a$$

3. Стандартные задания на пирамиды (двухгранные углы)

Теорема 107А боковой поверхности правильной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему

$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot h_a$$

3. Найти $\angle(AB)$

Двугранный угол при ребре AB есть угол между плоскостями SAB и ABC. Обозначим его

$$\gamma = \angle(AB) = \angle SC_1O$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{h}{r} = \frac{6h}{a\sqrt{3}}$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе путем умножения и деления выражения на $\sqrt{3}$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{2h\sqrt{3}}{a}$$

Зная тангенс угла, можем найти сам угол

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{2h\sqrt{3}}{a}$$

5) 4. Найти $\angle(SC)$ и плоскостью

Проведем $BP \perp SC$ и $AP \perp SC$, тогда $\angle(SC) = \angle APB$. Обозначим его как $\angle \alpha$ (рис. 4)

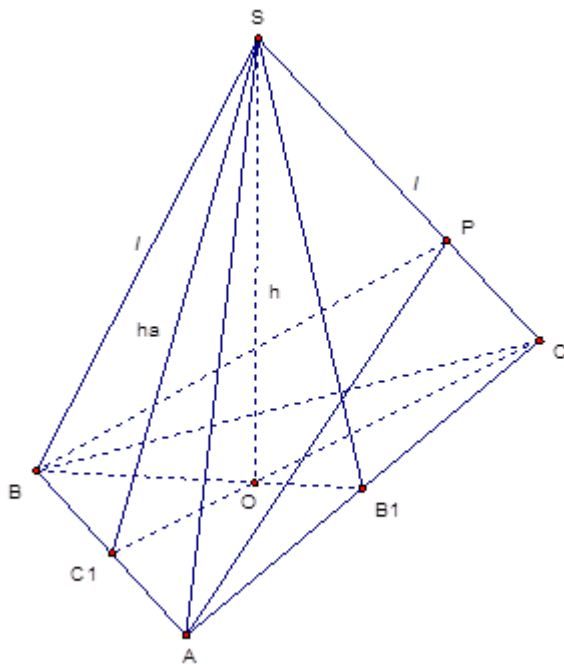


Рис. 4

Для нахождения угла рассмотрим равнобедренный треугольник APB. Основание треугольника $AB = a$, а боковые стороны найдем из $\triangle ACS$ (который тоже является равнобедренным треугольником).

В $\triangle SAC$ известны основание $AC = a$ и боковые стороны

$$SA = SB = l \quad (l = \sqrt{h_a^2 + \frac{a^2}{4}})$$

Необходимо найти высоту, проведенную из точки A. Для этого нужно найти площадь треугольника ACS . $S_{ACS} = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} l \cdot AP$

Из данного уравнения найдем AP:

$$AP = \frac{ah_a}{l}$$

По теореме косинусов

$$a^2 = AP^2 + BP^2 - 2 \cdot AP \cdot BP \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{AP^2 + BP^2 - a^2}{2 \cdot AP \cdot BP}$$

Косинус угла однозначно определяет угол в треугольнике, поэтому дальше задача очевидная.

4. Усеченная правильная пирамида

Усеченная правильная пирамида

Любая усеченная пирамида является многогранником, образованным пирамидой и её сечением, параллельным основанию.

Теорема 109А боковой поверхности правильной усеченной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полу суммы периметров на апофему.

Площадь одной боковой грани усеченной пирамиды есть площадь трапеции (рис. 5)

$$S = \frac{a + b}{2} h_a$$

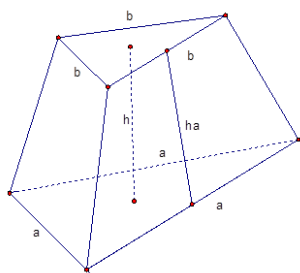


Рис. 5

А площадь всей боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = \frac{P_1 + P_2}{2} h_a$$

Изучив тему, выполните упражнения:

Практическая работа

Вариант 1

1. Найдите площадь поверхности куба, если его диагональ равна 12 см.
2. Основание прямой треугольной пирамиды – треугольник со сторонами 6 см, 25 см, 29 см, а ее боковое ребро 9 см. Вычислите площадь поверхности призмы.
3. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны 8 и 15 см, диагональ параллелепипеда с плоскостью основания образует угол в 60 градусов. Найдите боковое ребро параллелепипеда.

Вариант 2

1. Найдите площадь поверхности куба, если его диагональ равна 15 см.
2. Основание прямого параллелепипеда – параллелограмм со сторонами

4 см и 16 см, острым углом 60° между ними. Высота равна 9 см.

Вычислите площадь поверхности параллелепипеда.

3. В правильной n - угольной призме сторона основания равна a и высота равна h . Вычислите площадь боковой поверхности и полной поверхности призмы, если $n=3$, $a=10$, $h=15$.

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Тела вращения

Самостоятельная работа №31

Тема № 8.3. Цилиндр

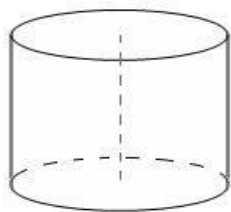
Цель: сформировать знания по теме «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра» изучить формулы вычисления площадей тел вращения;

Методические рекомендации

формула площади боковой поверхности цилиндра $S_{бок} = 2\pi rh$

Формула для вычисления площади полной поверхности цилиндра.

$$S_{цил} = 2\pi r (r + h)$$



- элементы цилиндра.

Основания цилиндра – равные круги, расположенные в параллельных плоскостях

Высота цилиндра – это расстояние между плоскостями его оснований.

Радиус цилиндра – это радиус его основания.

Ось цилиндра – это прямая, проходящая через центры основания цилиндра (ось цилиндра является осью вращения цилиндра).

Образующая цилиндра – это отрезок соединяющий точку окружности верхнего основания с соответственной точкой окружности нижнего основания. Все образующие параллельны оси вращения и имеют одинаковую длину, равную высоте

цилиндра.

Образующая цилиндра при вращении вокруг оси образует боковую (цилиндрическую) поверхность цилиндра.

Изучив тему, ответьте на вопросы:

1. Дать определение цилиндра
2. Укажите в природе, технике, архитектуре, среди окружающих вас предметов объекты, имеющие цилиндрическую форму
3. Дать определение боковой поверхности цилиндра
- 4) Назовите основные элементы цилиндра, дайте им определение
- 5) Что такое осевое сечение цилиндра? Что представляет собой осевое сечение цилиндра?
- 6) Может ли осевое сечение цилиндра быть (ответ обоснуйте): а) трапецией; б) квадратом?
- 7) Радиус основания цилиндра 2м, высота 3м. Найдите диагональ осевого сечения.
- 8) Что такое поперечное сечение цилиндра? Что представляет собой такое сечение?
- 9) Вычислите площадь сечения цилиндра, если радиус его основания равен 5см
- 10) Что представляет собой развертка цилиндра?

Задания:

Изучив тему выполните практические упражнения. Учебник геометрии. П.53-54, №545, 546, стр. 125-130.

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл:
Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.:
«Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №32

Тема № 8.4. Конус

Цель:Изучить понятия конуса, его элементов, сечения; рассмотреть построение прямого конуса; рассмотреть нахождение полной поверхности конуса, усеченного конуса.

Методические рекомендации

Теория

1. Сечения конуса:

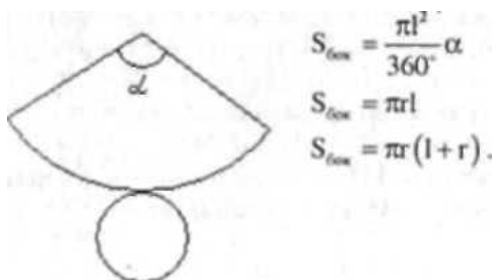
1. осевое (проходит через ось конуса) является равнобедренным треугольником.
2. сечение плоскостью, проходящей через вершину, но не через ось – треугольник.
3. сечение плоскостью, перпендикулярной его оси, – круг.
4. сечение плоскостью, пересекающей все образующие конуса и не перпендикулярной оси. – эллипс.
5. сечение плоскостью, параллельной одной образующей конуса, – парабола.
- 6.



с
Сечение плоскостью, параллельной двум образующим конуса – гипербола.

4.

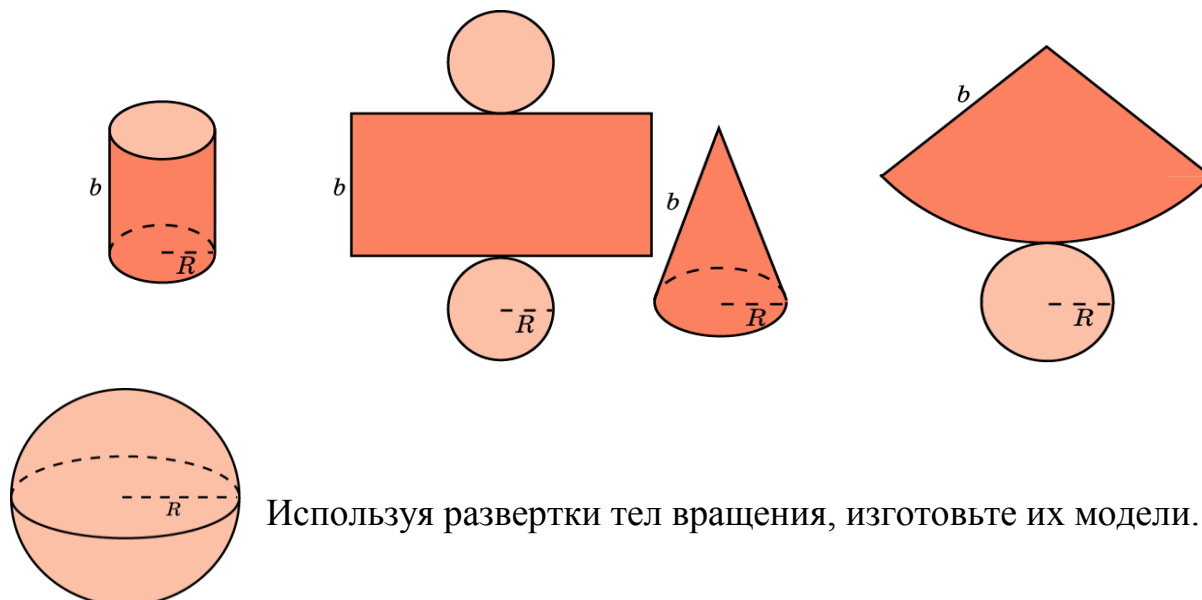
Рассматривается развертка конуса, площадь боковой поверхности конуса, площадь полной поверхности конуса. (Слайд 7 – 13)



Модели тел вращения

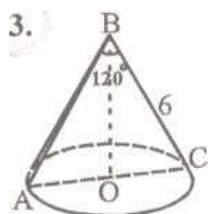
Одним из способов изготовления тел вращения является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности тела вращения изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по образующей, отделить основание и развернуть так, чтобы она превратилась в модель некоторого многоугольника плюс круг. Эту фигуру называют развёрткой поверхности тела вращения. Для получения модели тела вращения удобно сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели тел вращения можно сделать, пользуясь одной разверткой, на которой будут расположены все элементы.



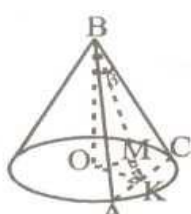
Используя развертки тел вращения, изготовьте их модели.

3 задачи.



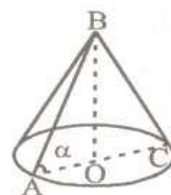
$$\angle ABC = 120^\circ, l = 6.$$

Найдите: R, H



$\triangle ABC$ -
равносторонний, $l = 12, R = 10$

Найдите: OK, H .



$$S_{\text{осн.}} = 16\pi, S_{ABC} = 32.$$

Найдите: $H, S_{\text{бок.}}$

Решение:

$\triangle ABC$ - севое сечение
конуса - p -
внобедренный $\triangle$.

$\angle A = \angle C = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$, BO -
медиана,

высота, биссектр. $\triangle ABC$

$$H = OB = \frac{1}{2} BC \quad (\text{лежит против угла } 30^\circ) = 3$$

$\triangle BOC$; т. Пифагора

Решение:

Т.к $\triangle ABC$ -равносторонний то

$$AB = BC = AC = 12.$$

BK - медиана, высота,

$\triangle ABC$.

$$AK = KC = 6.$$

$$BK = \sqrt{BC^2 - KC^2}$$

$$= \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108}$$

$$= \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3} \quad \triangle AOC - \text{равнобедренный } OC = 10,$$

Решение:

$$S_{\text{осн.}} = \pi \cdot r^2 = 16\pi.$$

$$r^2 = 16 \text{ тогда } r = 4$$

$$AC = 2r = 8.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} H \cdot AC$$

$$32 = \frac{1}{2} H \cdot 8 = 4H$$

$$H = 8.$$

$$R=OC=$$

$$\sqrt{BC^2 - BO^2} =$$

$$= \sqrt{36 - 9} = \sqrt{25} = 5$$

Ответ: $H=3$, $R=5$

$$KC=6,$$

$$OK = \sqrt{OC^2 - KC^2}$$

$$= \sqrt{100 - 36}$$

$$= \sqrt{64} = 8$$

$\triangle BOK$; прямоугольный

$$H=$$

$$BO = \sqrt{BK^2 - OK^2}$$

$$= \sqrt{108 - 64} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$$

Ответ: $OK=8$, $H=6,6$

$$S_{бок} = \pi \cdot r \cdot l$$

$\triangle BOC$;
прямоугольный. по
т.Пифагора

$$l = \sqrt{AO^2 + BO^2} =$$

$$\sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$S_{бок} =$$

$$= \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{5}$$

$$= 16\pi\sqrt{5}$$

Ответ: $H=8$, $S_{бок}=16$
 $\pi\sqrt{5}$

Задания:

Изучив тему, ответьте на вопросы:

I Вариант

Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей через ось конуса?

1. Какая фигура получается в сечении цилиндра плоскостью, проходящей перпендикулярно оси цилиндра?
2. Чему равна площадь осевого сечения цилиндра, если его высота в 2 раза больше радиуса основания и равна 5см?
3. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, проходящей через вершину конуса?
4. Осевое сечение конуса представляет собой равносторонний треугольник со стороной а. Чему равна высота конуса?

II Вариант

Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей перпендикулярно оси конуса?

1. Какая фигура получается в сечении цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра?
2. Чему равна площадь осевого сечения конуса, если осевым сечением

конуса является прямоугольный треугольник, а радиус основания конуса 3 см?

3.

Что представляет собой сечение конуса плоскостью, параллельной двум образующим конуса?

4.

Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна a . Найти высоту цилиндра.

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №33

Тема № 8.5. Сфера и шар

Цель: ввести понятие сферы, шара и их элементов, вывести уравнение сферы в заданной прямоугольной системе координат, научить решать задачи. Знать формулу площади сферы.

Методические рекомендации

Теория

Уравнение с тремя переменными x, y, z называется уравнением поверхности F , если этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности F и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой поверхности.

Введем уравнение сферы радиуса R с центром $O(x_0, y_0, z_0)$. Расстояние от произвольной точки $M(x, y, z)$ до $O(x_0, y_0, z_0)$ вычисляется по формуле:

$$MO^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2, \text{ так как } MO = R.$$

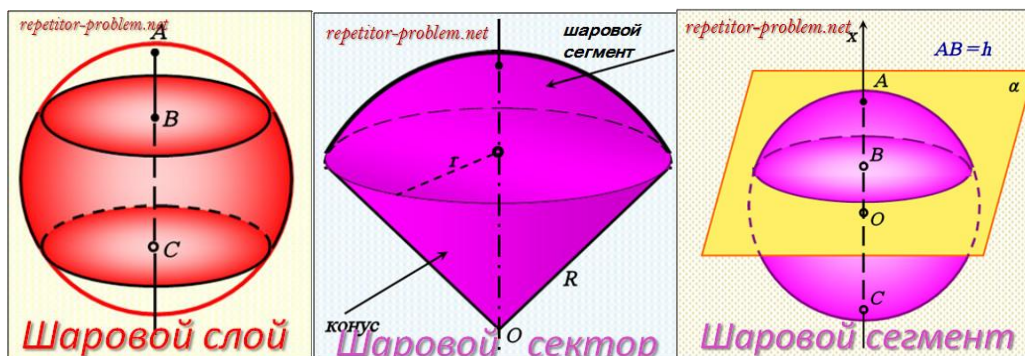
Так как M – любая точка сферы, то уравнение сферы

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2.$$

(Как задать шар? $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 \leq R^2$.)

Площадь сферы: $S = 4\pi R^2$

Площадь поверхности частей шара



1. Изучив тему, ответьте на вопросы:

- 1⁰. Дайте определение шарового сегмента.
- 2⁰. Дайте определение шарового пояса.
- 3⁰. Дайте определение шарового сектора.
- 4⁰. Запишите формулы для нахождения площадей поверхностей частей шара.

Задания:

П.58, №567, №600, стр. 136-142

Ответьте письменно на Вопросы к главе 6., стр.143.

Норма времени: 4 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл:
Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.:
«Просвещение», 2011. – 206 с.

Раздел 8. Объемы тел

Самостоятельная работа №34

Тема 8.6. Объем прямоугольного параллелепипеда.

Цель: понятие объема тела, рассмотреть свойства объемов, теорему об объеме прямоугольного параллелепипеда и следствие об объеме прямой призмы

Методические рекомендации

Теория

Теорема: Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.

$$V = abc$$

5) Следствия

Рассмотрим следствия из данной теоремы

1. Объем прямоугольного параллелепипеда, равен произведению площади основания на высоту.
2. Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.

Задача. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.

$$V=abc=8*12*18=1728 \text{ см}^3$$

$$V_{\text{куба}}=a^3=1728 \text{ см}^3$$

Находим ребро куба: $a=12 \text{ см}$

Задания:

Глава 7, П.63-64, №651,657, стр. 148-152

Норма времени: 2 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл:

Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.:

«Просвещение», 2011. – 206 с.

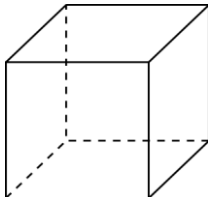
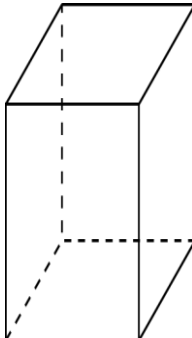
Самостоятельная работа №35 Тема 8.7. Объем призмы и цилиндра.

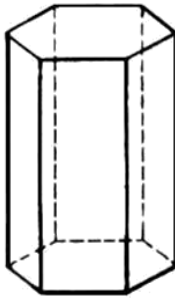
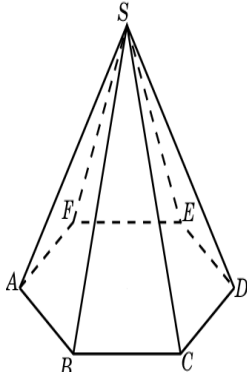
Цель: *Знать формулы для нахождения объемов многогранников и тел вращения.*

Методические рекомендации

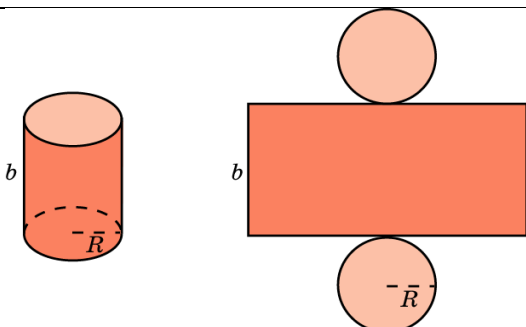
Теория

Основные формулы

№ п/п	Наименование многогранника	Изображение	Площадь боковой и полной поверхности
1	Куб		$S_{\text{п}} = 6a^2$ $V=a^3$
2	Прямоугольный параллелепипед		$S_{\text{п}} = 2ab + 2ac + 2bc$ $V=a*b*c$ $V=S_{\text{осн}}*h$

3	Призма		$S_6 = p \cdot H$ $S_n = S_6 + 2S_o$ $V = S_{\text{осн}} \cdot h$
4	Пирамида		$S_6 = \frac{1}{2} p \cdot h$ $S_n = S_6 + S_o$ $V = (1/3) \cdot S_{\text{осн}} \cdot h$

Теоретический материал

№ п/п	Наименование фигуры	Изображение	Формула площадей полной и боковой поверхности
1	Цилиндр		$S_6 = 2\pi RH$ $S_n = 2\pi RH + 2\pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$

Задания:

Глава 7, П.65-69, №663,670,710, стр. 152-160

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

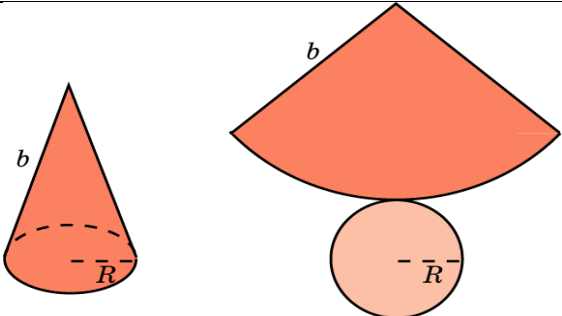
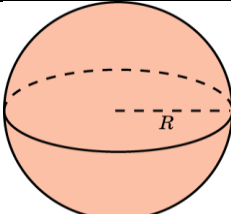
Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл:
Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.:
«Просвещение», 2011. – 206 с.

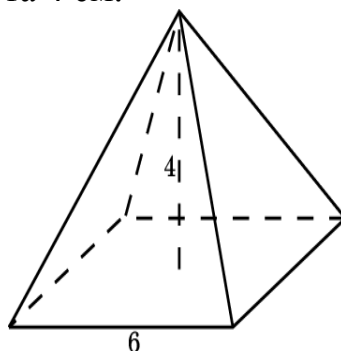
Самостоятельная работа №36 Тема 8.8. Объем конуса и шара.

Цель: Знать формулы для нахождения объемов многогранников и тел вращения.

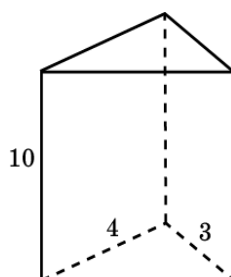
1	Конус		$S_{\text{б}} = \pi R l$ $S_{\text{п}} = \pi R l + \pi R^2$ $S_{\text{о}} = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$
2	Сфера, шар		$S_{\text{п}} = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

1 вариант

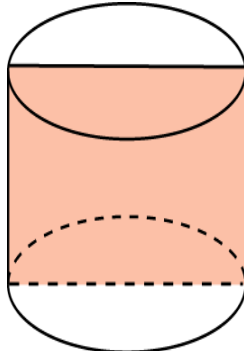
1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



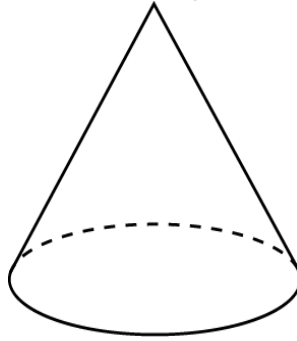
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите объём данной призмы.



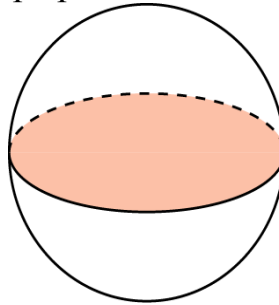
3. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2 . Найдите объём цилиндра.



4. Высота конуса равна 3 см . образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в 30° . Найти объем конуса.

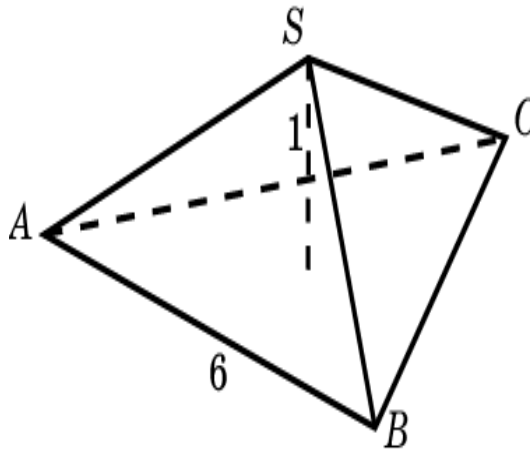


5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2 . Найдите объем шара.

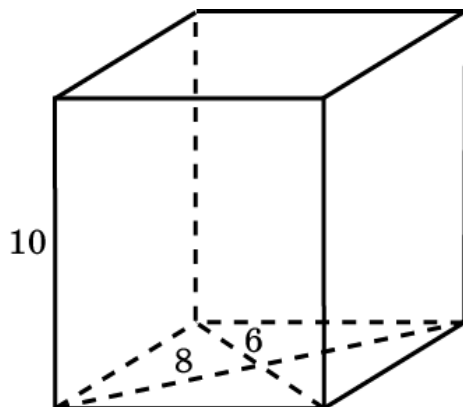


2 вариант

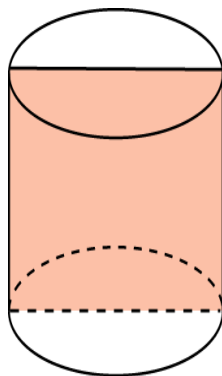
1. Найдите объем правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см .



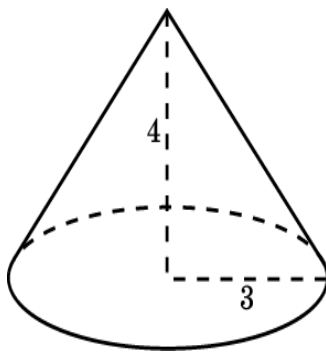
2. Найдите объем прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.



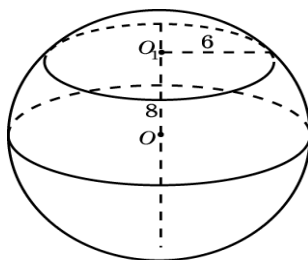
3. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите объем цилиндра.



4. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь поверхности конуса.



5. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите объем шара.



Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл.: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Раздел 9. Координаты вектора.

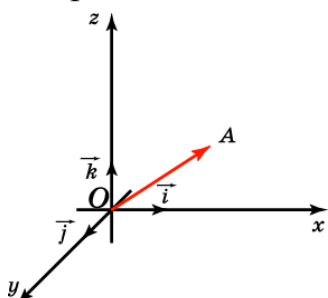
Самостоятельная работа №37 Тема №9.1. Векторы в пространстве

Цель: Знать правила действия над векторами и уметь применять их при вычислениях.

Методические рекомендации

Теоретический материал

Отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются координатами вектора. Обозначим $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ векторы с координатами (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат. Будем изображать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их координатными векторами.



Теорема. Вектор $\vec{a}$ имеет координаты (x, y, z) тогда и только тогда, когда он представим в виде $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Задания:

Гл. 4, п.34-44, №326, 336, 357, 361

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1.Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл:
Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.:
«Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа №38. Тема №9.2. Метод координат

Цель: Знать метод координат и уметь применять его при вычислениях.

Изучив теоретический материал из учебника геометрии, Гл. 5, стр 100-117,
выполните

Задания:

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}\{1;-2;3\}, \quad \vec{b}\{4;0;-1\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}\{4;1;-3\}, \quad \vec{b}\{0;-5;2\}$ $\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a}\{-1;3;1\}, \delta - \text{число } \delta = -3$ $\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка А(1;2;-3). Точка В (-3;4;-1). Точка С- середина отрезка АВ. С($x_c; y_c; z_c$) $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}; z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$
5	Найти координаты вектора	Точка А(5;0;-3). Точка В (-1;4;-7). Находим координаты вектора $\vec{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\vec{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	$\vec{a}\{3;-2;0\}$ $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{-2;3;7\}, \quad \vec{b}\{-9;0;2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a}\{2;0;1\}, \quad \vec{b}\{-3;1;2\}$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$

9	При каких значениях m и n векторы коллинеарны?	$\vec{a}\{m; 3; 1\}, \quad \vec{b}\{1; n; 2\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a}\{-4; 0; 1\}, \quad \vec{b}\{2; 7; 8\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов

Вариант 2

№ п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}\{2; -3; 4\}, \quad \vec{b}\{-1; 2; 0\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}\{4; -5; 7\}, \quad \vec{b}\{3; -1; 2\}$ $\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a}\{-2; 4; 0\}, \quad \delta - \text{число } \delta = -4$ $\delta \vec{a}\{\delta \cdot x; \delta \cdot y; \delta \cdot z\}$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка А $(-3; 1; 2)$ Точка В $(2; -3; 1)$ Точка С - середина отрезка АВ. $C(x_c, y_c, z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$
5	Найти координаты вектора	Точка А $(6; -3; 4)$. Точка В $(1; -4; 7)$. Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$. Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	$\vec{a}\{0; 2; -2\}$ $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{-3; 2; 9\}, \quad \vec{b}\{-7; 0; 3\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a}\{4; 1; 0\}, \quad \vec{b}\{-5; 3; 1\}$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях m и n векторы коллинеарны?	$\vec{a}\{m; 5; 3\}, \quad \vec{b}\{2; n; 4\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a}\{0; -3; 2\}, \quad \vec{b}\{9; 4; 6\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие

		перпендикулярности векторов
--	--	-----------------------------

Норма времени: 3 часа

Критерии оценки: грамотное оформление и правильное решение задач, наличие записей в тетради.

Контроль выполнения: устный опрос, проверка тетради.

Рекомендуемые источники информации:

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Геометрия. 10-11 кл: Учебник для общеобразовательных учреждений. изд. – М.: «Просвещение», 2011. – 206 с.

Самостоятельная работа студентов при решении задач

1. В процессе изучения математики наряду с некоторыми теоретическими сведениями студенты овладевают и закрепляют способы решения задач. Обычно с такими способами знакомит сам преподаватель, показывая решение задач по темам. Наиболее эффективным при этом является такой подход, при котором преподаватель раскрывает перед студентами технологию решения задачи, показывает, чем мотивировано применение некоторого метода решения, чем обусловлен выбор того или иного пути.
2. Работа над задачей тоже может быть полностью самостоятельной работой студентов. Она преследует несколько целей:
3. продолжить формирование умений самостоятельно изучать текст, который в данном случае представляет собой задачу;
4. обучить рассуждениям;
5. обучить оформлению решения задач. К тому же студенты будут знать, что у них имеется образец рассуждений и оформления задачи, к которому они могут обратиться при решении другой задачи или при проверке правильности своего решения.
6. Непременным условием усвоения новых теоретических сведений и овладения новыми приемами решения задач является выполнение студентами тренировочных упражнений, в ходе которого приобретенные знания становятся полным достоянием студентов. Как известно, существуют две формы организации такой тренировочной работы – фронтальная работа и самостоятельная работа. Фронтальная работа на уроках математики – это традиционная, давно сложившаяся форма. Схематически ее можно описать так: один из студентов выполняет задание на доске, остальные выполняют это же задание в тетрадях. Самостоятельная работа студентов на уроке состоит в выполнении без помощи преподавателя и товарищей задания.
7. Большие возможности для подготовки студентов к творческому труду и самостоятельному пополнению знаний имеет самостоятельное выполнение заданий. В этом случае студент без какой-либо помощи должен наметить пути решения, правильно выполнить все построения, преобразования, вычисления и т. п. В таком случае мысль студента работает наиболее интенсивно. Он приобретает практический навык работы в ситуации, с которой ему неоднократно придется сталкиваться в последующей трудовой деятельности. Вместе с тем самостоятельная работа студентов на уроках математики имеет и свои недостатки. Усилия студента могут оказаться напрасными и не привести к результату, если он недостаточно подготовлен к решению поставленной задачи. Студент не слышит комментариев к решению, а рассуждения, которые он проводит мысленно, могут быть не всегда правильными и достаточно полными, причем возможности обнаружить это студент не имеет. Вообще при самостоятельном выполнении заданий мыслительные процессы не могут быть проконтролированы преподавателем. Поэтому даже верный ответ может оказаться случайным. Исправление ошибок, допущенных при самостоятельной работе, происходит в ходе ее проверки по окончании всей работы. Поэтому, выполняя упражнение самостоятельно, студент, не усвоивший материал, может повторять одну и ту же ошибку от примера к примеру и невольно закрепить неправильный алгоритм.
8. Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:
9. Изучение материала по учебнику.
10. Выполнение еженедельных домашних заданий.
11. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

12. В методических рекомендациях Вам предлагается перечень внеаудиторных самостоятельных работ, которые вы должны выполнить в течение учебного года.
13. При выполнении (ВСР) обучающийся может обращаться к преподавателю для получения консультации.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если обучающийся видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 – 100	5	отлично
80 – 89	4	хорошо
70 – 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Приложение 2

Методические рекомендации к написанию реферата

Реферат необходимо сдать в печатном виде на листе формата А4, выполненном шрифтом TimesNewRoman 14 пунктов.

Требования, предъявляемые к реферату:

Реферат (доклад) должен быть оформлен в MSWord, шрифт текста TimesNewRoman, 14 пт., интервал 1.

1. Титульный лист (см. приложение 1)
2. Содержание (см. приложение 2)
3. Введение
4. Основная часть реферата
5. Заключение

6. Список используемой литературы (см. приложение 3)

Если возникнут затруднения в процессе работы, обратитесь к преподавателю.

Критерии оценки:

1. Вы правильно выполнили задание. Работа выполнена аккуратно – 5(отлично).
2. Вы не смогли выполнить 2-3 элемента. Работа выполнена аккуратно- 4(хорошо).
3. Работа выполнена неаккуратно, технологически неправильно – 3(удовлетворительно).

ГАПОУ «НИЖНЕКАМСКИЙ СВАРОЧНО-МОНТАЖНЫЙ КОЛЛЕДЖ»

РЕФЕРАТ

по дисциплине: « Математика»
на тему: «*Указать тему реферата*»

ВЫПОЛНИЛ:
студент группы (*указать группу*)
Фамилия, имя (в Род.п.)

РУКОВОДИТЕЛЬ:
преподаватель Соколова А.А.

г. Нижнекамск, 20__ г.

Содержание

Введение	стр.
1. Глава 1	стр.
2. Глава 2	стр.
Заключение	стр.
Список используемой литературы	стр.

Список используемой литературы

1. М.И. Башмаков «Математика», учебник, М.: Издательский центр «Академия», 2014 или Колмогоров «Математика», учебник, М., 2012
2. Профессиональные печатные издания
3. Интернет-ресурс
4. Дополнительные источники:....

Методические рекомендации по подготовке сообщения

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3–5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Приложение 4

Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации

На первом слайде размещается:

название презентации;

автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);

год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	необходимо соблюдать единый стиль оформления; нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста;

	для фона и текста используются контрастные цвета; особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	следует использовать короткие слова и предложения; времена глаголов должно быть везде одинаковым; следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	предпочтительно горизонтальное расположение информации; наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней
Шрифты	для заголовков не менее 24; для остальной информации не менее 18; шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).
Способы выделения информации	Следует использовать: рамки, границы, заливку разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

Критерии оценки презентации

Критерии оценки	Содержание оценки
1. Содержательный критерий	правильный выбор темы, знание предмета и свободное владение текстом, грамотное использование научной терминологии, импровизация, речевой этикет
2. Логический критерий	стройное логико-композиционное построение речи, доказательность, аргументированность
3. Речевой критерий	использование языковых (метафоры, фразеологизмы, пословицы, поговорки и т.д.) и неязыковых (поза, манеры и пр.) средств выразительности; фонетическая организация речи,

	правильность ударения, четкая дикция, логические ударения и пр.
4. Психологический критерий	взаимодействие с аудиторией (прямая и обратная связь), знание и учет законов восприятия речи, использование различных приемов привлечения и активизации внимания
5. Критерий соблюдения дизайн-эргономических требований компьютерной презентации	соблюдены требования к первому и последним слайдам, прослеживается обоснованная последовательность слайдов и информации на слайдах, необходимое и достаточное количество фото- и видеоматериалов, учет особенностей восприятия графической (иллюстративной) информации, корректное сочетание фона и графики, дизайн презентации не противоречит ее содержанию, грамотное соотнесение устного выступления и компьютерного сопровождения, общее впечатление от мультимедийной презентации

Приложение 5

Методические рекомендации по написанию доклада.

Доклад – это развернутое устное сообщение на какую-либо тему, сделанное публично. Он является разновидностью самостоятельной научной работы студента, часто применяется на семинарах.

Тему для доклада студенты обычно выбирают из списка, составленного преподавателем. Однако учащиеся могут предложить и свою тему, если она не выходит за рамки учебного курса и дополняет материал предыдущей лекции.

Материал по теме часто собирается из нескольких достоверных источников (учебники, научная литература). Студент должен проанализировать его, выделить наиболее важные факты, обобщить и написать текст доклада, выдержанный в научном стиле.

На выступление каждому докладчику выделяется не более 15 минут. Доклад должен состоять из вступления (название темы, перечисление источников, связь с предыдущими докладами), основной части и заключения (выводы, значение рассмотренного вопроса). Во время доклада студент может использовать наглядный материал (таблицы, графики, иллюстрации и т.д.). По окончании доклада присутствующие на семинаре могут задать докладчику вопросы, обсудить некоторые моменты сообщения.

Работая над докладом, студент закрепляет полученный на лекциях материал, приобретает научно-исследовательские умения, а также приобретает опыт публичного выступления.

7. ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.Д. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс : учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2014. – 271 с.
2. Александров А.Д. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 11 класс : учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2014. – 272 с.
3. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
4. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.
5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2014. – 431 с.
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2014. – 464 с.
7. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – М. : просвещение, 2014. – 255 с.
8. Алгебра и начала анализа 10-11: учеб. Для общеобразоват. организации ,[А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.].-М. :Просвещение, 2012.- 316с.